DINI DIY

10 aprile 2015

Indice

1 Introduzione **3**
1.1 Le definizioni in fisica
- Litterae non dant panem - 3
1.2 Lavoro ed energia
- Labor omnia vincit - 4
1.3 Forme di energia: l'energia potenziale
- Ubi maior minor cessat - 5
1.4 I principi della termodinamica
- Hic sunt leones - 6
1.5 Macchine e conversione di energia
- Ex nihilo nihil fit - 7

2 Elettrostatica **9**
2.1 Cenni storici
- Per aspera ad astra - 9
2.2 Legge di Coulomb
- Vi veri universum vivus vici - 9
2.3 Il campo elettrostatico
- Sic transit gloria mundi - 11
2.4 Il potenziale elettrostatico
- In hoc signo vinces - 12
2.4.1 Conservatività del campo elettrico e lavoro 12
2.4.2 Energia potenziale elettrostatica 14
2.4.3 Lavoro e differenza di potenziale 15
2.5 Considerazioni
- Rem tene, verba sequentur - 15

3 Magnetismo **16**
3.1 Cenni storici 16
3.2 Il campo magnetico 17
3.3 Forza di Lorentz 17

4 Magneti e motori **19**
4.1 Il dipolo magnetico 19
4.2 Una sonda del campo magnetico: la limatura di ferro 23
4.3 Fili percorsi da corrente e momenti magnetici 24
4.4 Motori magnetici 25
4.4.1 Il motore magnetico monofase 26
4.4.2 Il motore magnetico bifase 27

5 Conduzione nell'aria e generatori di scariche **32**
5.1 I dipoli elettrici 32
5.2 La conduzione elettrica in aria: il fenomeno dei fulmini 33
5.3 Il generatore di Van De Graaff 35

5.3.1 Fase 1: elettrizzazione della carrucola inferiore 36
5.3.2 Fase 2: carica della cinghia 37
5.3.3 Fase 3: carica del conduttore superiore 37
5.3.4 Fase 4: scarica 37

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Le definizioni in fisica

- Litterae non dant panem -

L'energia è un concetto fisico, quindi vorremmo, come prima cosa, dare un'idea generale di come si "inventa" un concetto fisico. Le quantità in fisica si creano (o meglio, *definiscono*) con in mente uno scopo ben preciso.
Facciamo un esempio familiare: la velocità. Cosa è? La definizione di velocità nasce studiando il moto dei corpi (dove per *corpo* intendiamo un pò qualsiasi cosa, come una particella, una persona, una macchina...), per capire quanto spazio viene percorso in un certo intervallo di tempo. Torna quindi comodo definire una quantità che ci dia quest'informazione tramite questo numero. Come costruiamo questa quantità, che chiameremo *velocità*? Vogliamo che questo numero sia grande quando riusciamo a percorrere tanto spazio in poco tempo: per fissare le idee, prendiamo un certo intervallo di tempo Δt (5 secondi, 3 minuti, 2 ore, va bene qualsiasi intervallo) e osserviamo il moto di un corpo, misurando lo spazio che riesce a percorrere in questo tempo. Chiamiamo questo spazio Δx. Intuitivamente, vogliamo che la nostra velocità sia più grande se, nel nostro Δt, abbiamo percorso tanto spazio, mentre vogliamo che diminuisca se abbiamo percorso poco spazio. Viene quindi naturale chiedere che la velocità sia *direttamente proporzionale* allo spazio percorso Δx (cioè, aumentando l'una aumenta l'altro). Possiamo anche fare il ragionamento inverso: fissiamo uno spazio da percorrere Δx (2 metri, 3 chilometri, fate voi!), e misuriamo l'intervallo di tempo Δt che un corpo ci mette a percorrere tale spazio. Idealmente, vogliamo che la velocità sia piccola se il corpo ci mette tanto tempo a percorrere lo spazio, mentre vogliamo che sia grande se l'intervallo di tempo richiesto per percorrere tale spazio è piccolo. Chiediamo quindi che la velocità sia *inversamente proporzionale* all'intervallo di tempo. Abbiamo messo tutti gli ingredienti, e possiamo quindi osare una definizione:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Questa formula rispetta le nostre richieste: se aumentiamo l'intervallo di spazio percorso Δx la velocità aumenta, se aumentiamo l'intervallo di tempo Δt necessario a percorrere lo spazio, la velocità diminuisce. Dal punto di vista dimensionale, questa quantità ha le dimensioni di una lunghezza fratto un tempo: intuitivamente, se ad esempio la nostra unità di tempo è il secondo e la nostra unità di spazio è il metro, dire "Questa particella ha una velocità di 4 metri al secondo" vuol dire che, in un secondo, la particella attraversa quattro metri di spazio. Tramite questa formula, possiamo ottenere delle semplici risposte, facciamone un esempio.
Supponiamo che un tipo, tale Tomma, sia in macchina. Un osservatore esterno, tale Salvo, osserva Tomma andare in macchina, e osserva che il suo moto si mantiene sempre uguale. Salvo, che è un vigile e vuole fare qualche multa, misura lo spazio percorso dal Tomma in 10 secondi, e scopre che il Tomma ha percorso 200 metri. Salvo conclude, quindi, che il Tomma ha una velocità $v = 20\frac{m}{s}$. Adesso Salvo si chiede quanto spazio percorrerà il Tomma in 1 minuto. Dato che Salvo ha letto l'inizio di questo capitolo, sa usare lo strumento che abbiamo appena definito per ottenere una risposta: sa che in un minuto ci sono 60 secondi, quindi afferma che il Tomma, dopo $\Delta t = 60s$, avrà percorso uno spazio $\Delta x = v\Delta t = 1200m$: dopo 60 secondi, il Tomma ha percorso ben 1200 metri, e Salvo dovrà darsi una svegliata per andare a

fare la multa (Se lo conoscete, sapete che in realtà non si sveglierà mai e il Tomma la scamperà anche stavolta)! Questo esempio serve a far capire come le definizioni, in fisica, non sono scritte nella pietra o calate dal cielo, ma sono solo degli strumenti che usiamo per riassumere delle informazioni ed ottenere delle risposte, sotto forma di numeri che poi possiamo provare in laboratorio.

1.2 Lavoro ed energia

- Labor omnia vincit -

Prima di partire dal concetto di energia, bisogna partire dal concetto di *lavoro*. A cosa vogliamo che serva il lavoro? Vogliamo che il lavoro sia una misura di quanto devo "lavorare", quanta "fatica" devo fare per cambiare lo stato di moto di un corpo. Supponiamo che, ad esempio, Paluca mi lanci una palla. Come faccio a fermarla? Semplice: devo applicare una forza sulla palla fin quando la velocità della palla non va a zero. Se la mia forza agisce sulla direzione del moto della palla, la rallento e sto compiendo lavoro: se la mia forza è diretta in maniera perpendicolare allo spostamento della palla, posso cambiare solo la direzione della sua velocità, ma non ne cambierò il modulo: la palla continuerà a muoversi, da qualche altra parte ma rimarrà in moto. Vogliamo riprodurre questo in una formula: il lavoro sarà quindi proporzionale al prodotto scalare tra forza e spostamento (da una parte, per riprodurre il fatto che forze ortogonali allo spostamento non fanno lavoro: dall'altra, più forza faccio su un corpo più compio lavoro, e più lo sposto sotto l'azione della forza, più compio lavoro). In formule:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}$$

Faccio quindi lavoro sulla palla per fermarla: per il principio di azione e reazione, la palla sposterà (poco, ma lo fa) la mia mano fino a quando non si ferma, dando una velocità alla mia mano.
Abbiamo visto che due sistemi (nel nostro caso, il sistema "palla" e il sistema "mano") modificano l'uno lo stato dell'altro facendo lavoro. Ma da dove è venuto questo lavoro? Supponiamo che Ciccio e il Tomma abbiano 10 mele, Ciccio ne ha 3 e il Tomma ne ha 7. Tomma dà 2 mele a Ciccio: ora ambedue ne hanno 5, ma in totale ne hanno ancora 10. Ecco, fare lavoro è come scambiarsi le mele in questo esempio, e la riserva totale del lavoro che un sistema può dare la chiamiamo *energia* del *sistema* (dove, per sistema, intendiamo un insieme di corpi fisici).
Vediamo cosa è successo da questo punto di vista nell'esempio della palla lanciata. Ricordiamo che Paluca mi lancia una palla, e io la fermo. Distinguiamo ben 7 sistemi: il sistema "Paluca", il sistema "Palla", il sistema "Io", il sistema "Paluca e palla", il sistema "Paluca e me", il sistema "io e la palla" e il sistema totale "Paluca, me e la palla". Cosa succede al lancio della palla?
Paluca usa la sua energia per mettere in moto la palla, quindi "Paluca" perde energia e "palla" ne acquisisce, mentre l'energia del sistema "Paluca e palla" rimane costante: l'energia del sistema "Paluca, palla e me" rimane comunque costante (per gli altri, pensate quale sistema perde energia, quale ne acquisisce e quale non cambia la sua energia). Quando prendo la palla, accade una cosa simile: "io" acquisisco energia, "palla" ne perde", "io e palla" non cambia energia e il sistema totale neanche. Vediamo quindi che, nel sistema "Palla + Paluca + io" l'energia non è cambiata. Questo illustra il *principio di conservazione dell'energia*.
Vediamo di usare questo nuovo strumento, mettendolo in una forma matematica. Cosa vuol dire che qualcosa si conserva? Un sistema fisico di tanti punti materiali si può specificare indicando, ad ogni istante di tempo, le posizioni e le velocità delle particelle. Chiamiamo rigorosamente *stato* le coordinate e le velocità di un sistema ad un certo istante. Dato che il lavoro è una misura di quanto cambia l'energia, possiamo dire che, per far passare il sistema da uno stato A (come ad esempio, una palla ferma) ad uno stato B (una palla in movimento), è stato eseguito il lavoro $W = T_B - T_A$ (T indica l'energia del sistema). Facciamone un esempio matematico.
Supponiamo che un oggetto si muova di moto rettilineo uniformemente accelerato con velocità iniziale v_0 e accelerazione a in una dimensione. Questo vuol dire che sul corpo, di massa m, agisce una forza del valore $F = ma$. Sappiamo le leggi orarie: per la posizione, $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, mentre per la velocità $v(t) = v_0 + at$. Vogliamo confrontare lo stato della pallina iniziale (il nostro stato A), che corrisponde a posizione x_0 e velocità v_0 con lo stato finale (lo stato B) ad un istante generico t, risolvendo l'equazione $W = Fs$, con s lo spostamento. Tra lo stato iniziale e lo stato finale vi è uno spostamento $s = x(t) - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, e vale la relazione $t = \frac{v(t)-v_0}{a}$. Sostituendo questa espressione del tempo in

s, otteniamo $s = \frac{1}{2a}(v^2(t) - v_0^2)$: inserendo e sostituendo $F = ma$ troviamo

$$W = \frac{1}{2}m(v^2(t) - v_0^2)$$

Fatto questo calcolo, possiamo quindi dire che la pallina all'istante iniziale aveva energia $\frac{1}{2}mv_0^2$, mentre all'istante finale ha energia $\frac{1}{2}mv^2(t)$: possiamo dire quindi che un punto materiale ha energia cinetica

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Un insieme di punti materiali ha come energia cinetica la somma delle energie cinetiche.

1.3 Forme di energia: l'energia potenziale

- Ubi maior minor cessat -

Pensiamo ad un lampadario: fin quando esso è tenuto da una corda, questa ne sosterrà il carico e il lampadario rimarrà fermo. Se taglio la corda del lampadario, senza toccarlo, questo comincerà a cadere verso il basso, sfracellandosi sul primo sfigato che si trova là sotto. Questo sfigato pensava di essere al sicuro dato che, avendo visto il lampadario inizialmente fermo, ha pensato "Questo coso non ha energia, sicuramente non potrà mettersi in moto da solo!" e si è allegramente seduto là sotto. Ma il lampadario è caduto, quindi l'energia cinetica non si è conservata. Allora i discorsi che abbiamo fatto non servono a niente? Come mai lo sfigato ha sbagliato?
L'energia cinetica non è l'unica forma di energia: quello che accade in questa situazione è che i corpi *interagiscono* (non come nel caso di Paluca che mi lancia la palla, dove tutte le interazioni sono urti, e la mia mano non interagisce con la pallina fino a quando non la tocca). Il lampadario è immerso nel campo gravitazionale, e la forza gravitazionale che lo attrae verso terra compierà lavoro, mettendolo in moto. E' come se la forza avesse una "riserva di energia" che può cedere ai sistemi per metterli in moto, nonostante inizialmente siano fermi.
Vogliamo quindi trovare l'espressione per la "riserva di energia" associata ad un'interazione, in maniera che la somma di questa riserva di energia e la riserva di energia cinetica sia la riserva d'energia totale, che non cambia. Abbiamo scritto che il lavoro per passare da uno stato A ad uno stato B è legato alle energie cinetiche da $W = T_B - T_A$: allora definiamo una quantità U, associata ad uno stato del sistema, chiamata *energia potenziale*, tale che la quantità $U_A - U_B$ sia uguale al lavoro W per passare da A a B (attenzione: il lavoro è la differenza tra energia cinetica finale ed energia cinetica iniziale, ma anche la differenza tra energia potenziale iniziale ed energia potenziale finale, i segni sono invertiti!). In questa maniera, possiamo scrivere

$$T_B - T_A = U_A - U_B \implies T_B + U_B = T_A + U_A$$

Insomma, la somma di energia cinetica ed energia potenziale si conserva!
Come scriviamo U? I metodi sono piuttosto complicati, e noi ci limiteremo a darne qualche esempio. Nel caso di una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo d_0, l'energia potenziale della molla è $U = \frac{1}{2}k(l - d_0)^2$, dove l è l'allungamento della molla (questa legge vale sia se collegate due palle che se collegate una palla ad un muro). Nel caso della gravità sulla Terra, l'energia potenziale di un corpo che cade in un campo gravitazionale è data da mgh, com m la massa del corpo, g l'accelerazione gravitazionale ed h l'altezza. Nel caso della legge di gravitazione generale, l'energia potenziale vale $U = -\frac{GM_1M_2}{r_{12}}$, con r_{12} la distanza tra i corpi, M_1 ed M_2 masse dei corpi, G costante di gravitazione universale. Non tutte le interazioni possono essere descritte da un potenziale: la condizione importante affinchè le interazioni in un sistema possano essere descritte da un potenziale è che il lavoro fatto per andare da uno stato A ad uno stato B non dipenda dal percorso particolare che faccio per passare da A a B.
A cosa serve la conservazione dell'energia? Tramite questa legge, possiamo dare delle risposte immediate a dei problemi. Facciamone un esempio. Supponiamo che io mi sia annoiato di fare questa lezione, e decido di andarmene in maniera drastica, andandomene dalla Terra. Voglio andarmene così lontano da non correre il rischio di essere nuovamente riportato qua dalla gravità. Devo quindi partire con abbastanza velocità da potermene fregare del fatto che, mentre mi allontano dalla Terra, la Terra cerca di riattrarmi qua gravitazionalmente. A che velocità devo partire, allora?

Il sistema è composto da due corpi, la mia navicella, di massa m, e la terra, di massa M e raggio R, il raggio della Terra. Lo stato iniziale del sistema, stato A, è lo stato in cui io parto dalla Terra con una certa velocità: ho quindi velocità v_{in} e posizione rispetto al centro della Terra R. Nello stato finale, lo stato B, ho una certa velocità v_{fin} ma mi sono allontanato infinitamente dalla Terra: sono praticamente ad una distanza molto grande, e quindi l'energia potenziale, che è inversamente proporzionale alla distanza, è così piccola che la posso mandare a zero. Riassumiamo lo stato energetico del sistema:

$$U_A = -G\frac{Mm}{R} \quad T_A = \frac{1}{2}mv_{in}^2 \quad U_B = 0 \quad T_B = \frac{1}{2}mv_{fin}^2$$

Vale $U_A + T_A = U_B + T_B$, quindi posso scrivere

$$\frac{1}{2}mv_{in}^2 - G\frac{mM}{R} = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 \implies v_{fin} = \sqrt{v_{in}^2 - 2G\frac{M}{R}}$$

Questo ci dice a che velocità arriverò lontanissimo dalla Terra. Dato che l'argomento di una radice deve essere positivo, la velocità minima che devo tenere è $v_{in} = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$. Con i dati $v_{in} = 11200\frac{m}{s} = 40320\frac{km}{h}$, insomma, almeno devo fare benzina. Come vediamo, un problema molto complicato può essere semplificato dalla legge di conservazione dell'energia, che ci fa capire quali stati può avere il sistema: se nel nostro esempio il corpo nello stato A ha una velocità inferiore a quella di fuga, il corpo non potrà mai andare nello stato B, perchè non ha abbastanza energia.
Un'altra importante applicazione dell'energia potenziale è che i corpi tendono a muoversi in maniera da avere minima energia potenziale. Ad esempio, una palla che cade ha energia mgh: infatti tende ad andare verso il basso, diminuendo h e di conseguenza l'energia. Una molla tende ad accorciarsi, diminuendo l'elongazione, mentre sotto attrazione gravitazionale i corpi tendono ad attrarsi, diminuendo la loro distanza, e quindi abbassando il potenziale (ricordate che il potenziale è inversamente proporzionale all'opposto del raggio: se il raggio diminuisce, il potenziale diminuisce).
Abbiamo visto già tre forme di energia potenziale, ma in realtà ne esistono un sacco: energia gravitazionale, energia elettromagnetica, energia nucleare, energia chimica, energia termica... In Natura, quando i sistemi interagiscono, l'energia cambia forma, ma la somma totale rimane costante. E' questo che facciamo nelle nostre macchine: produciamo energia in una forma, poi se necessario la convertiamo fino ad ottenere l'energia che ci serve. E' qui che entra in gioco la termodinamica!

1.4 I principi della termodinamica

- Hic sunt leones -

Ovviamente, gli esempi che abbiamo studiato sono molto ideali: nel nostro mondo degli esempi, una palla spinta continua a viaggiare sempre alla stessa velocità. Nel mondo reale, questa palla rallenterebbe per la forza d'attrito fino a fermarsi. Possiamo scrivere un potenziale anche per l'attrito?
La risposta è no. L'attrito non rispetta la condizione "Il lavoro fatto per passare da uno stato A ad uno stato B non dipende dal percorso del sistema": la forza d'attrito lavora molto di più su percorsi più lunghi (qualunque sia la direzione in cui si muove il corpo, esso rallenta pressappoco alla stessa maniera): questo è molto intuitivo, infatti nello spingere una cassa da un punto A ad un punto B scegliamo il percorso più breve, lungo gli altri ci affaticheremmo di più! L'energia persa per attrito è un'energia *dissipata*, e non possiamo più usarla nel moto. Essa non viene però completamente persa: dopo il passaggio della scatola, la parte a contatto col suolo è più calda! Dato che interpretiamo la temperatura come una forma di energia, possiamo pensare che l'energia meccanica sia diventata calore, andando a riscaldare la superficie di contatto. Questo è uno dei principi della termodinamica: l'energia si presenta sia sotto forma di energia meccanica, che fa muovere i corpi, sia sotto forma di calore, che riscalda il sistema. La somma delle due non cambia, ma in tutti i processi vi è una trasformazione di energia meccanica utilizzabile in calore, che è un'altra forma di energia.
Tutte le macchine del mondo non possono estrarre più energia di quanta se ne immette, e anzi una buona parte dell'energia si trasforma in calore. Le macchine sono spesso descritte da un parametro, detto *efficienza*, che misura quanta energia viene prodotta rispetto a quanta viene immessa: la massima efficienza sarebbe, teoricamente, del cento per cento, che vuol dire che tutta l'energia immessa viene recuperata. Le macchine reali sono già molto buone con un'efficienza del 30 per cento! Ma non usiamo

le macchine solo per perdere energia: l'energia ci può servire in forme diverse rispetto a quella in cui si presenta, quindi va convertita. Diffidate quindi dei video su Youtube in cui l'aspirante genio dell'energia ha trovato una maniera di avere "energia infinita": sicuramente sta usando un trucchetto banale per compiere lavoro sul sistema senza farsi vedere. Non possiamo creare il moto perpetuo: nella migliore e più irrealistica delle ipotesi, l'energia non viene dissipata e il moto continua all'infinito, mentre nelle ipotesi più realistiche bisogna compiere lavoro contro gli attriti continuamente. Ma non avremo mai un processo che aumenta l'energia di un sistema senza che sia data energia: un corpo non salirà mai spontaneamente verso l'alto, a meno che non gli sia data della velocità, così come un corpo non può accelerare improvvisamente, senza che nessuno eserciti una forza su di esso.

1.5 Macchine e conversione di energia

- Ex nihilo nihil fit -

L'uomo usa molte macchine per semplificarsi la vita e riuscire a fare ciò che non è in grado di fare senza gli strumenti adeguati. Le macchine sono un insieme di strumenti che consentono di trasformare l'energia immessa in un altro tipo di energia (come detto, dissipandone un pò nel processo: è il prezzo che dobbiamo pagare). Facciamo qualche esempio di questi processi.
Il primo esempio è molto semplice: prendiamo il caso del lancio di un elastico. Esso all'inizio è fermo, e lo tendo tra le dita per lanciarlo. L'elastico tende a rimanere nella posizione di riposo, quindi devo fare lavoro, immettendo nel sistema dell'energia cinetica che ci serve a contrastare il ritorno dell'elastico nella posizione di riposo. Quando avrò allungato abbastanza l'elastico, lo fermo tra le dita: dato che è teso, nel sistema vi è dell'energia elastica. Lasciando l'elastico, esso partirà molto velocemente dalle mie mani, convertendo l'energia elastica in energia cinetica. Vediamo meglio dal punto di vista energetico questo processo, supponendo che l'elastico abbia costante elastica k, lunghezza a riposo d_0 e massa m. All'inizio, l'elastico è fermo e a riposo: l'energia totale del sistema, somma di energia cinetica ed energia potenziale elastica, è zero. Voglio allungare l'elastico di una certa quantità l: questo lo faccio tirando, tramite la mano (di massa M) l'elastico. Metto quindi dell'energia cinetica nel sistema: dato che muovo sia la mano che l'elastico di una velocità v, immetto nel sistema un'energia cinetica

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2$$

dove v è la velocità iniziale a cui tiriamo l'elastico. Durante l'allungamento, dato che l'elastico tenderà a tornare nella posizione di equilibrio, farà una forza contro la mia mano, diminuendo la velocità a cui l'allungo. Durante tutto questo processo, l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale elastica. Allungato l'elastico di una certa elongazione l, lo tengo in tensione: dato che nulla si muove, l'energia cinetica è zero, ma il sistema ha acquisito l'energia potenziale elastica

$$\frac{1}{2}k(l-d_0)^2$$

L'energia finale è più alta di quella iniziale (elastico fermo non allungato): questo perchè, allungandolo, ho sfruttato l'energia chimica presente nel mio corpo per muovere la mano e vincere la resistenza dell'elastico, portandolo ad un'energia più alta. Ho fatto sul sistema un lavoro esattamente uguale a $\frac{1}{2}k(l-d_0)^2$. Adesso punto l'elastico verso l'antipatico professor Maiano, lascio andare l'elastico. A che velocità il povero professor Maiano si beccherà l'elastico in faccia? Lasciar andare l'elastico vuol dire non compiere lavoro su di esso, nè resistere alla sua tendenza di tornare a riposo. Ovviamente, rispetto al caso di prima in cui muovevo la mano insieme all'elastico, ora solo l'elastico si muove. Supponiamo che si comprima in pochissimo tempo: per la legge di conservazione dell'energia, l'elastico in posizione di riposo non può stare fermo, ma partirà nella direzione del Maiano con energia cinetica $\frac{1}{2}mv_{fin}^2$, con v_{fin} la sua velocità. La velocità di partenza (e più o meno d'impatto, dato che un elastico non risente molto dell'attrito dell'aria) è data dall'equazione

$$\frac{1}{2}mv_{fin}^2 = \frac{1}{2}k(l-d_0)^2 \implies v_{fin} = \sqrt{\frac{k}{m}}(l-d_0)$$

L'energia si conserva nel momento in cui lascio l'elastico, in quanto non faccio lavoro su niente. L'energia NON si conserva nel passaggio dall'elastico fermo all'elastico teso, e infatti ho bisogno di usare l'energia

nel mio corpo per fare lavoro sulla molla ed allungarla. Ma, se consideriamo nel conto anche l'energia del mio corpo (buona fortuna, i processi chimici del nostro funzionamento sono davvero complicati!) notiamo che, in tutto il processo, l'energia si è più o meno conservata (attriti a parte).
Un altro esempio è la carrucola. Vediamo la carrucola in funzionamento nei pozzi: mettiamo l'acqua nei pozzi per conservarla meglio, dato che è meno esposta ad agenti corrosivi, Abbiamo quindi bisogno di un sistema per riprendere l'acqua da quella profondità: dobbiamo alzarla, vincendo la forza d'attrazione gravitazionale che tende a farla rimanere nel pozzo. Allora fissiamo una carrucola, attraverso la quale facciamo passare una fune abbastanza lunga, e colleghiamo all'estremità un secchio. Nella prima fase del processo di estrazione dell'acqua, facciamo scendere il secchio, facendoci anche aiutare dalla gravità. Quando il secchio avrà preso l'acqua, si sarà appesantito, e dovremo sollevarlo. Lavoriamo quindi contro la forza di gravità, fino a quando non abbiamo sollevato il secchio all'altezza a cui era prima, con in più dell'acqua. Supponiamo che il secchio pesi M, e la quantità di acqua da sollevare pesi m: il pozzo, in totale, è profondo h. Nella prima fase del processo (discesa del secchio), la gravità ci aiuta nel far scendere il secchio: trasformiamo quindi energia gravitazionale in energia cinetica. Il lavoro fatto dall'energia gravitazionale lungo la discesa del secchio è Mgh: questo lavoro, dal nostro punto di vista, è gratuito, in quanto lo fa la gravità per noi. Una volta presa l'acqua col secchio, la dobbiamo riportare in cima: una volta che il secchio sarà all'altezza di prima (ma stavolta carico d'acqua), l'energia potenziale del sistema sarà $(m + M)gh$, ma stavolta dovremo lavorare contro la forza gravitazionale, che tenderebbe a far scendere la nostra preziosa acqua. In totale, lo stato finale ha più energia dello stato iniziale: in particolare, la differenza è mgh. Dato che lo stato finale ha più energia, per arrivarci dobbiamo compiere lavoro sul sistema: effettivamente, noi tiriamo il secchio, quindi compiamo lavoro su di esso. Il lavoro minimo che dobbiamo compiere in tutto questo processo è proprio mgh, ma gli attriti vari (l'attrito della fune sulla carrucola, l'attrito dell'aria, la fase in cui prendiamo acqua) fanno sì che dobbiamo fare più lavoro per ottenere il risultato: il lavoro che facciamo non va a finire nel conto dell'energia finale, perché viene dissipato negli attriti.
Ma col calore non possiamo farci niente? Falso. Ad esempio, ci cuociamo la pasta o riscaldiamo gli ambienti. Ma possiamo fare anche altro. Un altro esempio di macchina è la lampadina: l'obiettivo della lampadina è di illuminare un ambiente. Sappiamo, intuitivamente, che un oggetto molto caldo "brilla", quindi vogliamo riscaldare qualcosa (come ad esempio un filamento metallico) a temperature molto alte. Per fare questo, accendiamo la corrente e colleghiamo la lampadina. Come scopriremo più avanti nel corso, accendere la corrente vuol dire far passare nel circuito degli oggetti molto piccoli con una carica, chiamati *elettroni*. Questi elettroni vengono accelerati nel tubo perché attratti tramite la forza elettromagnetica. In alcune parti di circuito questi vengono rallentati (in maniera diversa a seconda del materiale), in maniera simile a come l'attrito rallenta i corpi in movimento. L'energia cinetica persa in questo rallentamento diventa energia termica: il filamento nel quale gli elettroni rallentano si riscalda, diventando incandescente e luminoso. Quindi non toccate una lampadina accesa, perché per questo processo diventa molto calda, oltre ad illuminare. Rivediamo il bilancio energetico: all'accensione del circuito si mette nel sistema una quantità di energia (che vedremo meglio), chiamata energia elettromagnetica: questa energia viene usata dagli elettroni per mettersi in moto, convertendo quindi l'energia elettromagnetica in energia cinetica. Gli elettroni rallentano quando entrano nel filamento: l'energia cinetica diventa energia termica, da cui ricaviamo luce.

Capitolo 2

Elettrostatica

2.1 Cenni storici

- Per aspera ad astra -

Le prime testimonianze riguardanti il fenomeno dell'elettricità risalgono alla Grecia antica del 600 a.C. con Talete di Mileto, il quale scoprì che strofinando dell'ambra (in greco $\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho o\nu$, *elektron*) con un panno di lana, essa acquisiva la capacità di attrarre a sé pagliuzze, piume, fili e simili. Questi fenomeni, in tutte le diverse forme, vennero nel 1600 battezzati *fenomeni elettrici*, grazie anche al contributo di William Gilbert, che li distinse dai *fenomeni magnetici*. Questi aveva inoltre osservato che la forza di attrazione durava fin quando c'era sufficiente energia, coniando anche il termine di *forza elettrica*.
Un terzo contributo venne da Otto Von Guericke a metà del XVI secolo: studiando l'ambra, Guericke notò che gli oggetti che inizialmente venivano attirati da essa, una volta messi a contatto con l'ambra caricata, venivano respinti dalla stessa, dimostrando così che la forza elettrica poteva essere repulsiva oltre ad attrattiva. Successivamente Charles du Fay determinò l'esistenza di una carica elettrica positiva e di una negativa, generate da sostanze differenti, chiamate rispettivamente *resinose* (ambra, gomma dura, ceralacca) e *vetrose* (vetro e simili). Du Fay scoprì inoltre che corpi caricati allo stesso modo si respingevano (ambra-ambra, vetro-vetro), mentre corpi caricati con cariche differenti si attraevano (ambra-vetro). Contemporaneamente suppose che i corpi *neutri*, ossia i corpi che non interagivano elettricamente, possedessero i due "fluidi elettrici" (positivo e negativo) in uguale quantità e che quelli carichi possedessero un eccesso di un fluido rispetto all'altro.
In un secondo momento venne quindi definito con più precisione come l'*elettrizzazione* avviene per cessione di *elettroni* (particelle fondamentali di carica negativa) da parte di un corpo, che si carica quindi positivamente, oppure per acquisizione di elettroni, caricandosi negativamente.

2.2 Legge di Coulomb

- Vi veri universum vivus vici -

Fino alla prima metà del XVIII secolo erano dunque noti solo gli aspetti qualitativi dell'interazione elettrica. Da quel momento in poi, si iniziò a studiarne gli aspetti quantitavi, grazie anche all'osservazione di alcuni aspetti in comune con l'interazione gravitazionale, tra cui

- la presenza di una costante universale indipendente dal sistema di misura adottato;
- la proporzionalità diretta con la prima potenza delle particelle puntiformi interagenti;
- la proporzionalità inversa con il quadrato della distanza.

Tra il 1777 e il 1785, Charles Coulomb provò sperimentalmente che due cariche di valore (positivo o negativo) q_1 e q_2 poste a distanza r risentivano di una forza diretta lungo la retta che congiungeva le due cariche e di modulo

$$\boxed{F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}} \tag{2.2.1}$$

oppure, in forma vettoriale,

$$\mathbf{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \tag{2.2.2}$$

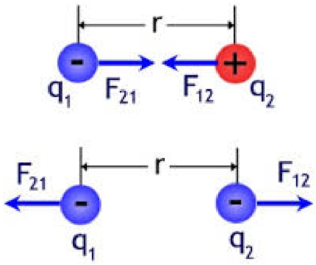


Figura 2.1: Rappresentazione grafica della legge di Coulomb

L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb (simbolo C). La costante di proporzionalità vale

$$k_0 = 8.98 \times 10^9 \text{ N m}^2\text{C}^{-2}. \tag{2.2.3}$$

Per comodità, si pone $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$, dove ϵ_0 prende il nome di *permeabilità elettrica del vuoto* e vale

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{m}^{-2}\text{N}^{-1} \tag{2.2.4}$$

Osservazione 1.
La struttura della legge di Coulomb che descrive l'interazione elettrostatica è identica alla legge di Newton che descrive l'interazione gravitazionale tra due corpi di massa m_1, m_2 a distanza r:

$$\mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \tag{2.2.5}$$

Le differenze sono nei valori delle costanti di proporzionalità $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2} e nel segno: la forza di gravità è solamente attrattiva, mentre quella elettrostatica può essere anche repulsiva.

Domanda 1.
Quale tra le due interazioni, gravitazionale o elettrostatica, è più "forte"?
Consideriamo due protoni (particelle di carica $+e = 1.6 \times 10^{-19}$ C[1], massa $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) a distanza $r = 1$ m. Per effetto della forza gravitazionale, i due protoni tenderanno ad attrarsi, mentre per effetto di quella elettrostatica tenderanno a respingersi. Per vedere chi vincerà questo braccio di ferro, calcoliamo i moduli delle due forze in gioco:

$$F_g = G\frac{m_p^2}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \cdot (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2}{1 \text{ m}^2} = 1.86 \times 10^{-64} \text{ N} \qquad \text{(Netwon)}$$

$$F_e = k_0\frac{e^2}{r^2} = \frac{8.98 \times 10^9 \cdot (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{1 \text{ m}^2} = 2.3 \times 10^{-28} \text{ N} \qquad \text{(Coulomb)}$$

da cui vediamo che l'interazione elettrostatica è molti ordini di grandezza ($F_e/F_g = 1.24 \times 10^{36}$) più intensa rispetto a quella gravitazionale. Questo fa sì che nel trattare sistemi fisici carichi, è quasi sempre possibile trascurare l'attrazione gravitazionale.

[1] La carica negativa dell'elettrone si indica con $-e$. Questa risulta l'unità fondamentale della carica, ossia si possono avere solo cariche che sono multipli interi (sia positivi che negativi) di e. Questo fenomeno, in termini tecnici, prende il nome di *quantizzazione della carica elettrica*.

2.3 Il campo elettrostatico

- Sic transit gloria mundi -

In Fisica il concetto di forza come interazione istantanea a distanza tra due oggetti risulta un po' scomodo. Si sa oggi che un oggetto qualunque (sia esso una particella, un segnale radio, il suono) non può muoversi, o propagarsi, con una velocità superiore alla velocità della luce nel vuoto, che vale $c = 300000$ km/s. Questo include anche le interazioni tra gli oggetti. Già Netwon aveva intuito i problemi del concetto di forza:

> ≪*Che un corpo possa agire su un altro corpo a distanza senza la mediazione di null'altro è per me una così grande assurdità che ritengo che nessuna persona con un minimo di competenza delle questione filosofiche vi possa credere.*≫

Proprio per questo si introduce il concetto di *campo*. Un campo è un'entità definita in ogni punto dello spazio, che lo modifica intrinsecamente a prescindere dalla presenza di un oggetto con cui interagire. Nel nostro caso, partendo dalla legge di Coulomb, si può affermare che un corpo carico elettricamente produce nello spazio circostante un campo tale per cui, se si introduce una carica elettrica, questa risente di una forza data dalla forza di Coulomb.
Più operativamente, si definisce il *campo elettrico* **E** in un punto dello spazio come la forza per unità di carica elettrica positiva alla quale è soggetta una carica puntiforme q, detta carica "di prova", se posta in quel punto, ossia

$$\boxed{\mathbf{E} := \frac{\mathbf{F}}{q}} \tag{2.3.1}$$

Il vettore campo elettrico **E** in un punto è quindi definito come il rapporto tra la forza agente sulla carica di prova e la carica di prova stessa. Il campo è dunque indipendente dal valore della carica di prova, e questo mostra che il campo elettrico è una proprietà caratteristica dello spazio.
Dalla definizione, segue che le unità di misura del campo elettrico sono $\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$.

Esempio 1 (Campo elettrico di una carica puntiforme)**.**
Vogliamo calcolare il campo elettrico generato da una carica puntiforme Q posta nel punto $\mathbf{r}'$. Sappiamo che, presa una carica di prova q posta nel punto $\mathbf{r}$, essa risentirà di una forza elettrostatica data da

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \tag{2.3.2}$$

da cui otteniamo, usando la definizione,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \tag{2.3.3}$$

Se abbiamo due cariche q_1 e q_2 poste nei punti $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{r}_2$, il campo elettrico totale nel punto $\mathbf{r}$ dello spazio risulta essere la somma (vettoriale) dei campi prodotti dalle singole cariche:

$$\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3}$$

Questa proprietà prende il nome di *additività* e può essere estesa ad un generico numero N di cariche.

Essendo il campo elettrico un vettore, possiamo rappresentarlo graficamente con delle linee, dette *linee di forza*. Le linee di forza ci dicono come, posizionando una carica di prova q positiva in un certo punto dello spazio, il campo elettrico agirebbe su di essa. Nel caso di cariche puntiformi, le linee di forza sono delle rette passanti per la carica che genera il campo. Se la carica generatrice è positiva, *le linee di forza sono delle rette uscenti*, se invece la carica generatrice è negativa, *le linee di forza sono delle rette entranti*.

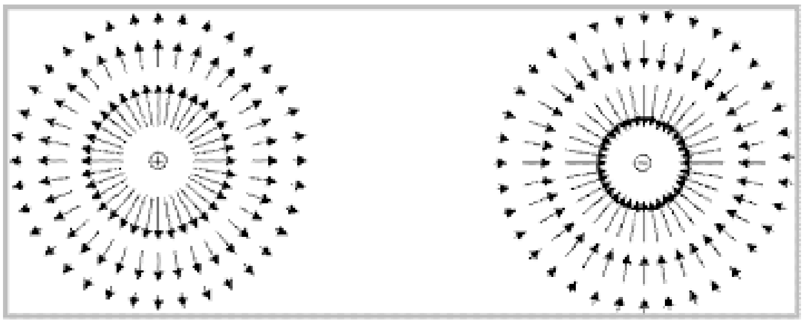


Figura 2.2: Linee di forza nel caso di carica puntiforme positiva (sinistra) e negativa (destra).

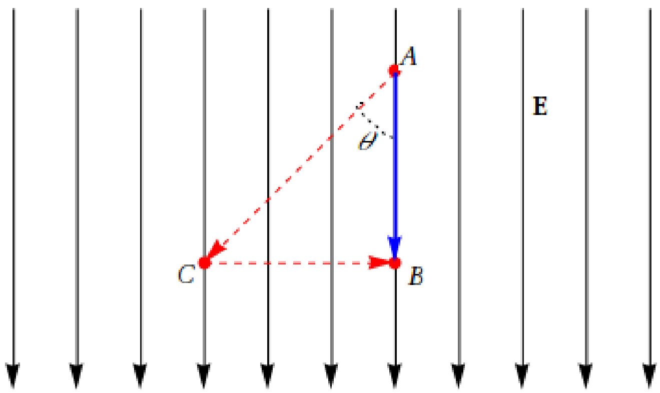
2.4 Il potenziale elettrostatico

- In hoc signo vinces -

2.4.1 Conservatività del campo elettrico e lavoro

Siamo adesso interessati a capire se il campo elettrico (o equivalentemente, la forza elettrostatica) è un campo conservativo (o una forza conservativa). Ricordiamo che un campo è conservativo se il lavoro fatto dal campo per spostare un oggetto dal punto A al punto B dipende solo dalla distanza tra i due punti e non dal particolare percorso che li congiunge. Vediamo se questa proprietà si estende anche al campo elettrico in due casi.

1. **Campo elettrico uniforme.** Un campo elettrico si dice *uniforme* se in ogni punto dello spazio ha lo stesso modulo, la stessa direzione e lo stesso verso. Vogliamo quindi calcolare il lavoro fatto dal campo elettrico per spostare una carica di prova q da un punto A ad un punto B. Visivamente:



La forza elettrostatica vale $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ in ogni punto, indipendentemente dalla posizione. Calcoliamo quindi il lavoro $L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ che il campo elettrico compie per spostare la carica q dal punto A al punto B tramite due diversi percorsi: quello che va diretto da A a B e quello che va da A a C e quindi da C a B. Nel percorso $A \to B$, lo spostamento $d = \overline{AB}$ è parallelo alla forza, quindi otteniamo semplicemente

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = Fd = qEd \tag{2.4.1}$$

Nel percorso $A \to C \to B$ il lavoro totale sarà $L = L_{AC} + L_{CB}$. Nel tratto $A \to C$ lo spostamento $\ell = \overline{AC}$ forma un angolo θ con la direzione del campo elettrico, quindi

$$L_{AC} = F\ell \cos\theta = qE\ell \cos\theta \tag{2.4.2}$$

Nel tratto $C \to B$ lo spostamento $\overline{CB}$ è perpendicolare alla forza, quindi $L_{BC} = 0$. Concludiamo che $L = qE\ell \cos\theta$. Ma il triangolo ABC è rettangolo in B, quindi dalla trigonometria segue che

$d = \ell \cos\theta$ e di conseguenza $L = qEd$, che è uguale al valore trovato nel primo caso. Quindi concludiamo che il lavoro dipende solo dalle posizioni finale e iniziale e non dal particolare percorso e quindi un campo elettrico uniforme è conservativo.

2. **Campo elettrico non uniforme.** Ci domandiamo se anche un campo elettrico non uniforme è conservativo. La domanda non è retorica, in quanto il campo adesso assume valori diversi in ogni punto dello spazio. Come esempio, consideriamo una carica puntiforme $Q > 0$ posta nell'origine del nostro sistema di riferimento. Il campo elettrico in tutto lo spazio sarà dato da

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \tag{2.4.3}$$

Vogliamo quindi calcolare il lavoro che il campo elettrico compie per spostare una carica prova positiva q dal punto A a distanza $\mathbf{r}_A$ al punto B a distanza $\mathbf{r}_B$ posti sulla stessa linea di forza del campo.

Figura 2.3: Lavoro in caso di campo non uniforme.

La relazione $F = qE$ adesso è puntuale: non possiamo quindi applicare banalmente l'equazione $L = Fs$. Possiamo però suddividere lo spostamento $r_B - r_A$ in n intervalli (come in figura) di estremi $[r_0 \equiv r_A, r_1], [r_1, r_2], \ldots, [r_{n-1}, r_n \equiv r_B]$ di ampiezza sufficientemente piccola, in modo tale che il campo elettrico vari molto poco passando da r_i a r_{i+1}[2]. In questa approssimazione, possiamo considerare in ogni intervallo il campo elettrico uniforme, con modulo

$$E_i = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_i r_{i+1}} \tag{2.4.4}$$

Dove $\sqrt{r_i r_{i+1}}$ è la media geometrica tra i valori r_i e r_{i+1}. Il lavoro fatto per spostare una carica da r_i a r_{i+1} sarà dato da $L_i = qE_i(r_{i+1} - r_i)$, come visto nel punto precedente. Allora il lavoro totale per spostare la carica dal punto A al punto B sarà la somma dei lavori che il campo elettrico compie su ognuno dei singoli intervallini:

$$\begin{aligned}
L &= L_1 + L_2 + \ldots + L_{n-1} + L_n \\
&= q\left[E_1(r_1 - r_A) + E_2(r_2 - r_1) + \cdots E_{n-1}(r_{n-1} - r_{n-2}) + E_n(r_B - r_{n-1})\right] \\
&= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{r_1 - r_A}{r_1 r_A} + \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} + \cdots \frac{r_{n-1} - r_{n-2}}{r_{n-1} r_{n-2}} + \frac{r_B - r_{n-1}}{r_B r_{n-1}}\right] \\
&= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_{n-2}} - \frac{1}{r_{n-1}} + \frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_B}\right] \\
&= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right]
\end{aligned} \tag{2.4.5}$$

[2]Vi chiederete ≪quanto piccola?≫. Anche se questo procedimento sembra magia oscura, vi assicuriamo che c'è della matematica dietro che vi risparmieremo *for your sake*.

Anche in questo caso, il lavoro dipende solo dalla posizione finale e iniziale. Si può vedere che anche per cariche puntiformi il lavoro non dipende dal percorso scelto. Ciò ci consente di affermare in generale che *il campo elettrico è conservativo.*

2.4.2 Energia potenziale elettrostatica

Una volta appurato che il campo elettrico è conservativo, possiamo introdurre, analogamente al caso gravitazionale, un'*energia potenziale elettrostatica* $U(r)$, dipendente dalla posizione e dalla carica della carica di prova.
Per campi conservativi sappiamo che vale la relazione $L = -\Delta U$, che possiamo usare per scrivere l'energia potenziale elettrostatica nei due casi appena visti. L'energia potenziale elettrostatica è definita a meno di una costante arbitraria, $U(r) = U(r') + C$. Scegliendo un sistema di riferimento opportuno, in molti casi si può porre questa costante a zero (in termini tecnici, abbiamo *fissato lo zero dell'energia potenziale*).

Esempio 2.

Campo elettrico uniforme	$U(r) = qEr$
Campo elettrico di una carica puntiforme Q	$U(r) = \dfrac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{1}{r}$

Nota. In entrambi i casi abbiamo posto la costante arbitraria uguale a zero.

Osservazione 2.
Usando l'energia potenziale possiamo ricavare un'interessante proprietà: consideriamo una carica di prova q in un punto A dello spazio immersa in un campo elettrico $\mathbf{E}$ (di qualunque tipo). Vogliamo calcolare il lavoro che questo campo elettrico compie per spostare la carica lungo un percorso chiuso, ossia che, partendo da A, ritorna alla fine nello stesso punto. Usando l'energia potenziale, troviamo immediatamente che

$$L = -\Delta U = U(A) - U(A) = 0 \tag{2.4.6}$$

cioè *il lavoro compiuto dal campo elettrico su una carica in un percorso chiuso è nullo.* Questa è, più in generale, una proprietà di qualunque campo conservativo.

Immaginiamo adesso di dividere il percorso chiuso in n spostamenti elementari $\Delta\mathbf{s}_i$ e calcoliamo il lavoro totale come somma dei lavori elementari: $L = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$. Il lavoro elementare nello spostamento i-esimo sarà $L_i = q\mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{s}_i$. Allora

$$\begin{aligned} L &= q\mathbf{E}_1 \cdot \Delta\mathbf{s}_1 + q\mathbf{E}_2 \cdot \Delta\mathbf{s}_2 + \cdots + q\mathbf{E}_n \cdot \Delta\mathbf{s}_n \\ &= q\left(\mathbf{E}_1 \cdot \Delta\mathbf{s}_1 + \mathbf{E}_2 \cdot \Delta\mathbf{s}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n \cdot \Delta\mathbf{s}_n\right) \\ &= q\sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{s}_i \end{aligned} \tag{2.4.7}$$

Ma il lavoro L è nullo perché il percorso è chiuso. Inoltre, essendo la carica di prova q diversa da zero, semplificandola si ottiene

$$C(\mathbf{E}) \equiv \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{s}_i = 0 \tag{2.4.8}$$

La quantità $C(\mathbf{E})$ prende il nome di *circuitazione del campo elettrico.* Arriviamo così alla seguente legge:

LEGGE DELLA CIRCUITAZIONE
La circuitazione del campo elettrostatico calcolata su un percorso chiuso è sempre nulla

In ogni punto P dello spazio, l'energia potenziale $U(P)$, oltre alla dipendeza dal campo elettrico, dipende anche dalla carica di prova q. Analogamente a quanto fatto quando abbiamo introdotto il campo a partire dalla forza, possiamo definire una nuova grandezza fisica, detta *potenziale elettrico*, come

$$V(P) = \frac{U(P)}{q} \tag{2.4.9}$$

che non dipende dalla carica di prova, è una grandezza scalare, ed è funzione delle sole proprietà del campo nel punto P. Quindi per descrivere il campo elettrico in ogni punto possiamo usare equivalentemente la grandezza vettoriale $\mathbf{E}$ (vettore campo elettrico) o la grandezza scalare V (potenziale elettrico). L'unità di misura del potenziale elettrico è il Volt (V):

$$1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ Coulomb}}$$

2.4.3 Lavoro e differenza di potenziale

Il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare una carica q dal punto A al punto B può essere espresso in termini del potenziale elettrico:

$$L = U_A - U_B = q(V(A) - V(B)) = -q\Delta V \tag{2.4.10}$$

ΔV è la differenza di potenziale (d.d.p.) tra i punti B e A.

Domanda 2. Quanto vale il potenziale elettrico generato da un campo uniforme?

Domanda 3. Quanto vale il potenziale elettrico generato da una carica puntiforme?

2.5 Considerazioni

- Rem tene, verba sequentur -

1. Il campo elettrico può essere rappresentato tracciando le linee di forza o, analogamente, le superfici equipotenziali[3]. Le linee di forza sono perpendicolari alle superfici equipotenziali e vanno sempre da punti a potenziale maggiore a punti a potenziale minore.

2. Il lavoro compiuto dalle forze del campo può essere sempre calcolato tramite la relazione

$$L = -q\Delta V$$

3. Se una carica si muove lungo una traiettoria delimitata da due punti giacenti sulla stessa superficie equipotenziale ($V_A = V_B$), il lavoro è nullo.

4. Il moto di cariche elettriche, libere di muoversi, immerse in un campo elettrico, avviene spontaneamente se e solo se $L > 0$. Essendo $L = U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}}$, questo implica $U_{\text{iniziale}} > U_{\text{finale}}$, cioè *una carica qualsiasi si muove spontaneamente da punti a maggiore energia potenziale verso punti a minore energia potenziale.*

   - Le cariche positive $+q$ si muovono spontaneamente verso punti aventi *minore* potenziale elettrico: infatti $U_{\text{iniziale}} = +qV_{\text{iniziale}} > +qV_{\text{finale}} = U_{\text{finale}}$, quindi $V_{\text{iniziale}} > V_{\text{finale}}$.
   - Le cariche negative $-q$ si muovono spontaneamente verso punti aventi *maggiore* potenziale elettrico: infatti $U_{\text{iniziale}} = -qV_{\text{iniziale}} > -qV_{\text{finale}} = U_{\text{finale}}$, quindi $V_{\text{iniziale}} < V_{\text{finale}}$.

[3] Una superficie equipotenziale è il luogo geometrico dei punti dello spazio che hanno lo stesso potenziale elettrico.

Capitolo 3

Magnetismo

3.1 Cenni storici

Le proprietà magnetiche della materia, come quelle elettriche, sono note fin dall'antichità. Il nome stesso deriva da quello della antica città di *Magnesia* in Asia minore dove veniva estratto un minerale, che oggi viene chiamato magnetite, ossia un ossido di ferro. Pezzi di questo minerale hanno la proprietà di attrarre il ferro e di avere reciproche interazioni di attrazione e repulsione con altri pezzi di magnetite. In periodo medievale, verso il 1100, si diffuse nel Mediterraneo l'uso della bussola come ausilio alla navigazione; questa, come oggi, era costiuita di un sottile e leggero ago di magnetite che, sospeso sul suo baricentro si orientava nella direzione nord-sud. Si osservò inoltre che ogni pezzo di magnetite (detto magnete naturale) ha la proprietà di orientarsi in modo che due punti si diponessero nella direzione nord-sud. Questi due punti, che si osservarono anche coincidere con i punti in cui il magnete esercita maggiormente la sua forza attrattiva, vennero detti **poli magnetici**: polo nord quello che tende a disporsi verso nord e polo sud quello che tende a disporsi verso sud. Si osservò inoltre che poli dello stesso tipo si respingono mentre poli di tipo diverso si attraggono. Nel 1600 Gilbert pubblicò il *De magnete* in cui sostenne che la spiegazione del funzionamento della bussola sta nel fatto che la Terra stessa è un enorme magnete con il polo sud nei pressi del polo nord geografico e quindi verso qui viene attratto il polo nord dell'ago della bussola. Gilbert sostenne la sua tesi con vari esperimenti, fra questi è da notare che egli si procurò una sfera di magnetite, che chiamò *terrella*, e osservò che l'ago di una bussola posta sulla sua superficie si disponeva sempre lungo un 'meridiano' della sfera di magnetite, in perfetta analogia con quanto accade sulla superficie terrestre. Coulomb studiò quantitativamente le interazioni fra magneti a giunse a formulare una legge simile a quella valida per le interazioni fra cariche elettriche:

$$F = k\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{3.1.1}$$

ove m_1 ed m_2 sono dette cariche magnetiche dei poli del magnete. Il problema di questa legge è che non esistono cariche magnetiche isolate. Considerando un magnete e spezzandolo cercando di separare i due poli si ottengono due nuovi magneti ciascuno completo delle sue due polarità. Questa proprietà porta ad abbandonare la descrizione dei magneti in termini di poli magnetici ed ad adottare una descrizione in termini di dipoli magnetici, in analogia a quanto visto per i dipoli elettrici. Su ciò si tornerà più avanti. Il primo esperimento che cominciò a gettare della luce sui meccanismi magnetici fu fatto nel 1820 da Hans Christian Ørsted che osservò l'azione di una corrente elettrica su di un ago di bussola dimostrando quindi che una corrente elettrica genera effetti magnetici. Ørsted dimostrò che un filo, percorso da cariche, esercita una forza su un ago magnetico nelle sue vicinanze, quindi genera un campo magnetico. In questo tipo di campo magnetico i due poli non sono sempre evidenti, possiamo però individuarli mediante un ago magnetizzato: esso si disporrà con i suoi poli orientati verso i poli opposti del campo. L'esperimento di Ørsted generò un grande interesse in tutta Europa e ovunque si eseguirono esperimenti per indagare ulteriormente le relazioni fra elettricità e magnetismo.

3.2 Il campo magnetico

Pur avendo osservato un'interazione tra un cavo attraversato da una corrente e l'ago di una bussola, Ørsted non riuscì a dare a questo fenomeno una forma matematica. Nel 1824, André Marie Ampère dimostrò che un filo conduttore percorso da corrente genera un campo magnetico ed esercita quindi una forza su un ago magnetico (bussola) posto nelle vicinanze. Specificò inoltre intensità, direzione e verso della forza di interazione tra due o più fili conduttori rettilinei percorsi da corrente. Effettuando vari esperimenti Ampère ricavò che la forza che si esercitava tra i due fili era sempre direttamente proporzionale al prodotto delle intensità di corrente che fluivano nei due fili, direttamente proporzionale alla lunghezza L del filo che subisce la forza e inversamente proporzionale alla distanza d fra i due fili. La formulazione della legge di attrazione tra due fili si può scrivere nella forma:

$$F = \mu_0 \frac{i_1 i_2 L}{2\pi d} \tag{3.2.1}$$

Da questa legge e dal fatto che la forza di una singolo filo rettilineo può essere scritto nella forma $F_1 = i_1 L B_1$, si può quindi arrivare a scrivere B nella forma:

$$B = \frac{\mu i}{2\pi d} \tag{3.2.2}$$

In ogni punto dello spazio il campo magnetico giace sul piano ortogonale alla corrente ed è tangente a una circonferenza che ha per centro il filo. Il verso del campo dipende dal verso della corrente elettrica e può essere ricavato in modo semplice grazie alla regola della mano destra. Se il pollice della mano destra indica il verso della corrente elettrica, le altre dita chiuse in tondo indicano il verso del campo magnetico. I vettori rossi in figura individuano le linee di forza del campo magnetico: queste possono

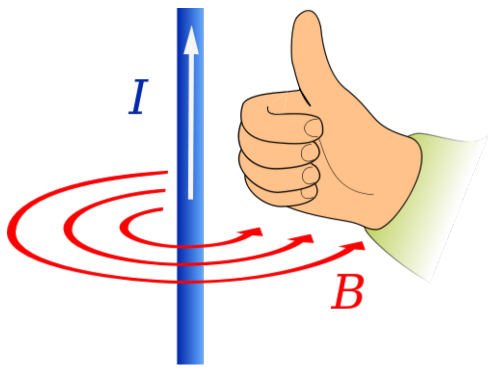


Figura 3.1: Campo magnetico generato da un filo attraversato da corrente I e funzionamento della regola della mano destra

essere interpretate come la direzione nella quale si pongono delle bussole quando immerse nel campo, con la punta dell'ago lungo la direzione della freccia.

3.3 Forza di Lorentz

Nel 1897 J. J. Thompson dimostrò che gli atomi non erano entità elementari, ma erano invece composti di particelle cariche positivamente e negativamente. Inoltre, dopo aver separato un buon numero di elettroni dai nuclei e aver ceduto energia cinetica al *fascio elettronico*, riuscì a misurare per primo il rapporto $\frac{e}{m_e}$ con e pari alla carica dell'elettrone e m_e pari alla massa dell'elettrone. Ciò avvenne tramite l'utilizzo di un campo magnetico $\vec{B}$, direzionato in maniera opportuna. Era stato infatti osservato che se il campo magnetico è diretto lungo un asse, la forza che agisce su una carica in movimento è perpendicolare alla sua velocità e al campo magnetico B secondo una regola chiamata *regola della mano destra*. Considerando il prodotto vettoriale $c = a \times b$ si ha l'indice che mostra verso e direzione del vettore a, il medio che è disposto secondo il verso e la direzione di b e il pollice che rappresenta direzione e verso di c. Avendo

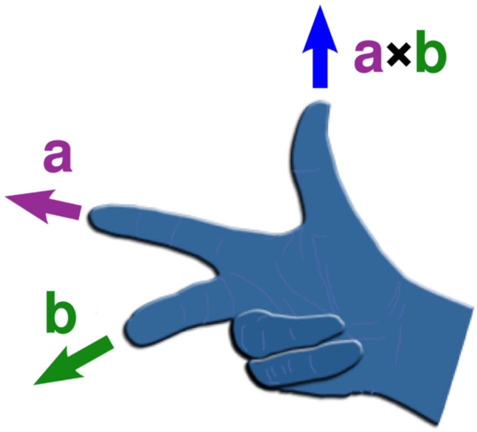


Figura 3.2: Funzionamento della regola della mano destra

a disposizione un fascio di elettroni, questo viene deflesso proporzionalmente alla velocità e all'intensità del campo magnetico. La forza generata dal campo magnetico sulla forza prende il nome di **forza di Lorentz** e può essere scritta nella forma:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{3.3.1}$$

Da questa formulazione si può osservare che il lavoro compiuto da un campo magnetico è nullo. Infatti dalla formula $W = \vec{F} \cdot \vec{v}\Delta t$, si noti che il prodotto scalare tra il vettore velocità $\vec{v}$ e $\vec{F}$ è zero poichè i due vettori sono perpendicolari tra loro. In altre parole, muovendosi all'interno di un campo magnetico una particella cambia la sua direzione mentre la sua energia rimane la stessa.

Capitolo 4

Magneti e motori

4.1 Il dipolo magnetico

Il campo elettrico è generato da una *sorgente*, ossia un oggetto del quale si può individuare la *carica* di segno negativo o positivo. Le linee di forza del campo generato da una carica sono tutte uscenti dalla carica se essa è positiva o entranti se essa è negativa. Dal punto di vista matematico, si può esprimere questo concetto nel seguente modo: il campo elettrico ha *flusso* non nullo, ossia se si circonda la carica con una sfera virtuale, le linee di forza del campo "bucano"la sfera sempre con verso uscente dalla superficie sferica rispetto a dove si trova la carica. Il flusso del campo elettrico è esprimibile matematicamente in questa forma:

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{4.1.1}$$

In questa legge, $\Phi(\vec{E})$ è il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa (come la sfera dell'esempio precedente), Q è la carica all'interno del volume racchiuso dalla superficie ed ϵ_0 è la costante di proporzionalità definita tramite la legge di Coulomb. La presenza di un flusso non nullo indica che le linee di forza tendono ad addensarsi in certi punti, dove vi sono le cariche (come illustrato in Figura 2.2).

Quando invece si considera il campo magnetico non si possono più utilizzare i ragionamenti sul flusso utilizzati nel caso del campo elettrico. Infatti, nel caso del campo magnetico non vi è un concetto analogo a quello di "carica". Le evidenze sperimentali suggeriscono che il campo magnetico sia generato dalle sorgenti del campo elettrico in movimento: l'esperienza di Ampère, realizzata tramite fili attraversati da corrente e già illustrata in precedenza, ne è un esempio. Il campo magnetico può essere generato non solo tramite un filo percorso da corrente ma anche semplicemente sfruttando le proprietà magnetiche di materiali magnetizzati permanentemente, detti *magneti* o calamite. Per capire quindi come si dispongono le linee di campo e come può essere descritta la forza esercitata dal campo magnetico, cerchiamo prima di comprendere come si può descrivere matematicamente un magnete.

Mentre un corpo carico elettricamente può essere descritto fisicamente da un solo parametro (pari ad una quantità scalare detta carica), i magneti sono parametrizzatibili tramite un vettore, chiamato *momento magnetico* e indicato usualmente come $\vec{m}$. Un vettore è definito da tre quantità: un modulo, che descrive l'intensità degli effetti magnetici generati da quest'oggetto (ad esempio, con quanta forza attrae la limatura di ferro), una direzione, anche detta *asse magnetico*, che descrive l'orientamento della calamita, e un verso. Il verso del momento magnetico è una proprietà che può essere definita in più modi. Nel seguito si userà la seguente convenzione: si chiamerà *polo sud* la parte individuata dalla coda del vettore e *polo nord* la parte individuata dalla punta. Le linee di forza del campo magnetico vanno dal polo nord al polo sud quindi si dice che sono uscenti dal polo nord ed entranti nel polo sud. In Figura 4.1 è raffigurata la più semplice rappresentazione del campo magnetico: provando a rinchiudere la calamita in una sfera e calcolando il flusso del campo, si può notare che nell'emisfero superiore della sfera il campo magnetico "esce"dalla sfera, mentre nell'emisfero inferiore il campo magnetico vi "rientra". Considerando tutte le linee entranti ed uscenti, si può dimostrare che il flusso del campo magnetico è nullo. Questa è una caratteristica generale valida per qualunque campo magnetico e non è circoscritta all'esempio del

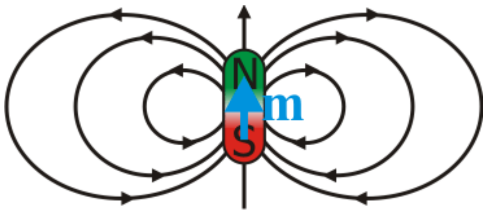


Figura 4.1: Linee di forza del campo magnetico: le linee del campo magnetico di una calamita sono uscenti dal polo nord ed entranti dal polo sud. In figura è riportato anche il vettore di magnetizzazione corrispondente al magnete raffigurato

magnete. La legge del flusso per il campo magnetico è descritta dalla semplice relazione:

$$\Phi(\vec{B}) = 0 \tag{4.1.2}$$

L'energia di un dipolo magnetico in un campo magnetico è data invece dalla formula:

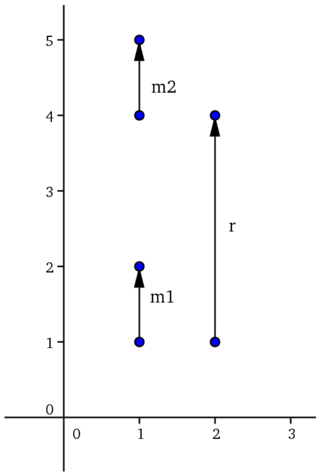
$$E = -\vec{m} \cdot \vec{B} \tag{4.1.3}$$

Poichè un sistema fisico tende sempre alla configurazione in cui la sua energia è minima e dato che il prodotto scalare tra due vettori è massimo quando questi sono paralleli[1], il valore minimo dell'energia di un momento magnetico immerso in un campo magnetico è pari alla configurazione in cui il dipolo è orientato nella stessa direzione e nello stesso verso del campo magnetico.
Consideriamo ora due magneti aventi momenti magnetici pari a $\vec{m}_1$ e $\vec{m}_2$ che sono posti ad una distanza $\vec{r}$, pari alla distanza vettoriale tra i due magneti. In questa configurazione, l'energia della coppia di dipoli è data dalla formula:

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 - 3(\vec{m}_1 \cdot \hat{r})(\vec{m}_2 \cdot \hat{r})] \tag{4.1.4}$$

dove $\hat{r}$ è un vettore unitario con direzione e verso analoghi a quelli di $\vec{r}$ mentre r è il modulo del vettore $\vec{r}$. Questa formula può sembrare a prima vista complicata: per semplicità, si può studiare in uno spazio bidimensionale[2] come l'energia del sistema costituito dai due magneti cambia in poche configurazioni particolari per capire come si comporta il sistema.

Esempio 3. (Magneti paralleli orientati lungo l'asse della distanza)



La prima situazione che esaminiamo è la seguente: i dipoli $\vec{m}_1$ e $\vec{m}_2$ sono paralleli tra loro e posti ad una

[1] Nel caso della formula riportata sopra, a causa del segno meno nella formula, il valore massimo diventa quello minimo della funzione E

[2] Per spazio bidimensionale si intende un piano cartesiano avente due assi $x - y$. Da qui in avanti, l'asse orizzontale è corrispondente all'asse x mentre quello verticale a quello y

distanza pari a $\vec{r}$, pari alla distanza tra le "code"dei vettori. I vettori che bisogna utilizzare per calcolare l'energia E del sistema sono i seguenti:

$$\vec{m}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{m}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} \qquad \hat{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4.1.5}$$

Si noti che le quantità m_1 ed m_2, che non hanno la freccia sopra per non essere confuse con i vettori, sono i moduli dei vettori di magnetizzazione e da qui in avanti si assume che siano positivi. Date le quantità indicate prima, si possono calcolare i prodotti scalari nella formula riportata in Equazione (4.1.4) che, in questa configurazione, sono pari a:

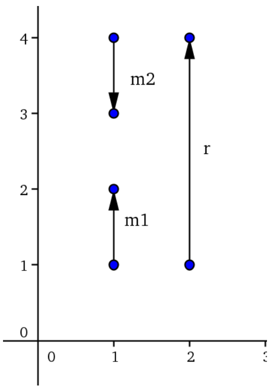
$$\begin{aligned} \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 &= m_1 m_2 \\ \vec{m}_1 \cdot \hat{r} &= m_1 \\ \vec{m}_2 \cdot \hat{r} &= m_2 \end{aligned} \tag{4.1.6}$$

L'energia vale quindi

$$E = -\frac{\mu_0}{2\pi r^3} m_1 m_2 \tag{4.1.7}$$

ed è quindi negativa. Dato che l'energia è proporzionale all'inverso del cubo della distanza, diminuendo la distanza l'energia cresce in modulo ma il suo valore diminuisce per via del segno meno: l'energia quindi diminuisce quando avviciniamo i dipoli e, come risultato, i dipoli in questa configurazione si attraggono. Intuitivamente, il polo nord della calamita più in basso è più vicino al polo sud della calamita più in alto che al suo polo nord: ciò ci porta a concludere che il polo nord e il polo sud di due magneti tendono ad attrarsi.

Esempio 4. (Magneti antiparalleli orientati lungo l'asse della distanza)



Ruotando il magnete m_2 di un angolo pari a 180°, la descrizione vettoriale del sistema riportato nell'esempio precedente cambia nel modo seguente:

$$\vec{m}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{m}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -m_2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} \qquad \hat{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4.1.8}$$

I prodotti scalari presenti nella formula riportata in Equazione (4.1.4) danno come risultato:

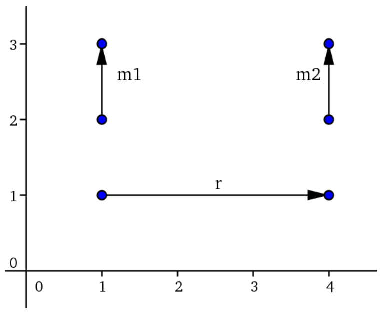
$$\begin{aligned} \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 &= -m_1 m_2 \\ \vec{m}_1 \cdot \hat{r} &= m_1 \\ \vec{m}_2 \cdot \hat{r} &= -m_2 \end{aligned} \tag{4.1.9}$$

da cui si ricava che l'energia vale:

$$E = \frac{\mu_0}{2\pi r^3} m_1 m_2 \tag{4.1.10}$$

che ha modulo invariato rispetto alla configurazione precedente ma segno opposto, ovvero l'energia è positiva. Ciò si traduce fisicamente nel fatto che, all'aumentare della distanza, l'energia diminuisce e i due magneti tendono a respingersi in modo da minimizzare l'energia del sistema. Intuitivamente, ciò si traduce nel fatto che i due poli nord dei magneti che sono a contatto tra loro, in questa configurazione si respingono. Si può ripetere lo stesso ragionamento ruotando il magnete m_1 di un angolo pari a 180°: il segno dell'energia E rimane positivo poichè rimane vero che $\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 = -m_1 m_2$ e dunque i due magneti tendono nuovamente a respingersi. Poichè, in questa configurazione, i due poli sud dei magneti sono a contatto allora si può concludere che i poli sud si respingono tra loro. Si può notare dunque che il polo nord e il polo sud del campo magnetico si comportano in modo analogo a come si comportano la carica elettrica positiva e quella negativa: il polo sud di un magnete attrae il polo nord di un altro magnete mentre i poli nord e i poli sud di due magneti differenti si respingono tra loro. A differenza delle cariche elettriche, si ha però che il polo nord e il polo sud di un magnete non si possono separare.

Esempio 5. (Magneti paralleli orientati ortogonalmente all'asse della distanza)



In questa configurazione, i momenti magnetici sono ortogonali al vettore $\vec{r}$. Ciò si può tradurre matematicamente nel seguente modo:

$$\vec{m}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{m}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.1.11}$$

I prodotti scalari presenti nella formula riportata in Equazione (4.1.4) danno come risultato:

$$\begin{aligned} \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 &= m_1 m_2 \\ \vec{m}_1 \cdot \hat{r} &= 0 \\ \vec{m}_2 \cdot \hat{r} &= 0 \end{aligned} \tag{4.1.12}$$

da cui si ricava che l'energia vale:

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} m_1 m_2 \tag{4.1.13}$$

L'energia in questa configurazione è positiva e decresce all'aumentare la distanza quindi i magneti si respingono tra loro.

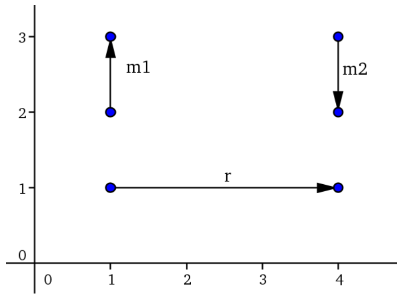
Esempio 6. (Magneti paralleli orientati ortogonalmente all'asse della distanza)

Come prima, ruotando il magnete m_2 di un angolo pari a 180°, la descrizione vettoriale del sistema riportato nell'esempio precedente cambia nel modo seguente:

$$\vec{m}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{m}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -m_2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.1.14}$$

I prodotti scalari presenti nella formula riportata in Equazione (4.1.4) danno come risultato:

$$\begin{aligned} \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 &= -m_1 m_2 \\ \vec{m}_1 \cdot \hat{r} &= 0 \\ \vec{m}_2 \cdot \hat{r} &= 0 \end{aligned} \tag{4.1.15}$$



da cui si ricava che l'energia vale:

$$E = -\frac{\mu_0}{4\pi r^3} m_1 m_2 \tag{4.1.16}$$

L'energia in questa configurazione è negativa e decresce al diminuire della distanza quindi i magneti si attraggono tra loro. Si noti che è molto facile provare sperimentalmente ciò che si è calcolato matematicamente negli esempi precedenti: prendendo due magneti e posizionandoli sopra una superficie piana, ad esempio un tavolo, si può verificare che se in una certa posizione questi si respingono tra loro, girandone uno di un angolo pari a 180° si attragono e viceversa.

In generale, dal punto di vista intuitivo è sempre valida la legge già sperimentata per il campo elettrico "**i poli opposti (polo sud-polo nord) si attragono mentre i poli dello stesso tipo (polo sud-polo sud o polo nord-polo nord) si respingono**". Questa legge empirica è alla base del funzionamento dei motori magnetici.
Un magnete può attrarre o respingere non solo altri magneti ma anche oggetti che non possiedono inizialmente proprietà magnetiche: si può considerare ad esempio il caso banale di una calamita che attrae una lastra di alluminio. In questo caso, si ha che la calamita *induce* un momento magnetico all'interno del ferro[3] orientato in maniera tale che l'alluminio viene attratto dal magnete. Questo comportamento è tipico dei materiali detti *paramagnetici*: in presenza di un momento magnetico esterno, i materiali di questo tipo sono magnetizzati in modo da essere attratti dal magnete. Vi sono invece materiali nei quali il momento magnetico indotto viene respinto dal momento magnetico esterno: tali materiali sono detti *diamagnetici*. La limatura di ferro presenta proprietà molto simili a quelle dei materiali paramagnetici pur se il momento magnetico indotto è molto più intenso rispetto ai materiali paramagnetici e la limatura è capace di mantenere una magnetizzazione anche in assenza di magneti. Questa proprietà, tipica nel ferro e di altri metalli, è presente nei materiali detti *ferromagnetici*.

4.2 Una sonda del campo magnetico: la limatura di ferro

Non tutti gli oggetti che presentano proprietà magnetiche possono essere descritti con gli strumenti che abbiamo esaminato finora. Un magnete ideale (come quelli che si trovano dal ferramenta) è un oggetto metallico che può essere di forma cilindrica (spesso con un buco in mezzo per inserire un chiodo) e sottile: l'oggetto è magnetizzato in maniera tale che l'asse del momento magnetico coincida con l'asse del cilindro. In questa situazione, le linee di forza escono da una delle due superfici su cui poggia il magnete per entrare nell'altra. Per dei materiali di forme irregolari e geometricamente complicate può capitare che le linee di forza abbiano direzione e verso difficilmente predicibili. Pur non essendo interessati a studiare nel dettaglio questo tipo di magneti, come si può distinguere un magnete ideale da un magnete di quelli appena descritti? Inoltre, come si possono verificare sperimentalmente le proprietà esposte finora sulle linee di forza del campo magnetico?
Come detto prima, un momento magnetico esterno può indurre un momento magnetico in determinati materiali che si dispongono tangenzialmente lungo le linee di forza. La limatura di ferro è un ottimo strumento per "mappare"il campo magnetico, ovvero creare un disegno dettagliato del campo magnetico, in

[3]L'induzione è un fenomeno complesso che può essere spiegato in maniera intuitiva supponendo che, in condizioni standard, all'interno dell'alluminio vi sono dei momenti magnetici elementari disposti caoticamente in modo da formare un momento magnetico totale nullo. In presenza di un campo magnetico, tali momenti magnetici elementari si orientano in modo da formare un momento magnetico globale non nullo, ovvero *viene indotto un momento magnetico*

quanto, essendo un materiale ferromagnetico, si può disporre lungo le linee di forza del campo magnetico esterno, "disegnando"l'andamento spaziale del campo. La procedura usualmente utilizzata è la seguente: si posiziona un contenitore di plastica o vetro al di sopra del magnete e si versa dentro il contenitore una quantità sufficiente di limatura di ferro[4]. Dall'osservazione di come si dispone la limatura di ferro all'interno del materiale si possono mappare le linee di forza del campo magnetico.

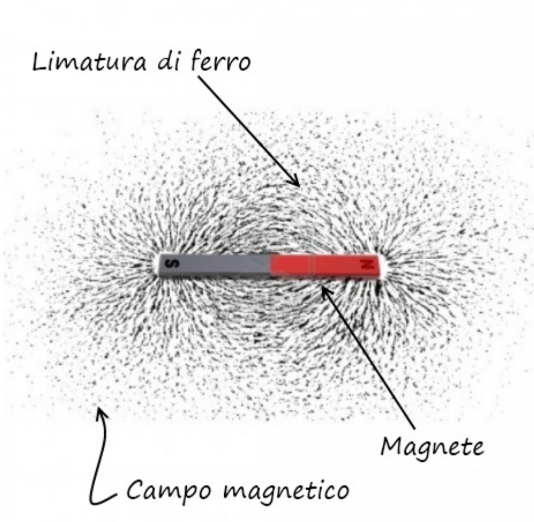


Figura 4.2: Questo magnete ha le caratteristiche di un magnete ideale: le linee di forza entrano da un polo ed escono dall'altro come indicato dalla disposizione della limatura di ferro

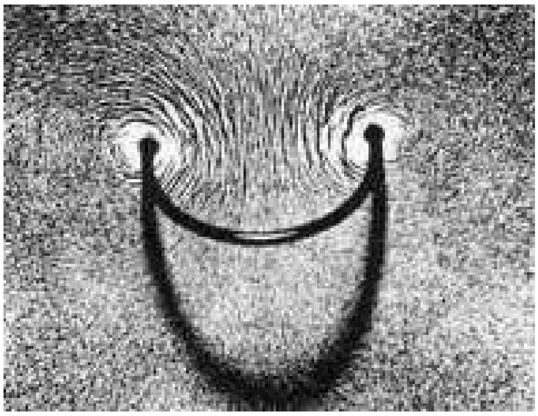


Figura 4.3: Nel filo circola una corrente lungo la direzione del filo stesso. La legge di Ampère afferma che tale corrente genera un campo magnetico che è disposto lungo le circonferenze concentriche che hanno il proprio centro nel filo stesso: nell'immagine si può osservare sperimentalmente la validità di questa legge. Il filo rappresentato in figura NON È un dipolo magnetico poichè è difficilmente modelizzabile come un momento magnetico di dipolo avente un polo nord e un polo sud. Questa affermazione è confermata dall'osservazione di come è disposta la limatura di ferro attorno al filo

4.3 Fili percorsi da corrente e momenti magnetici

I fili percorsi da corrente e i magneti sono accomunati, come evidenziato nelle due precedenti figura, dal fatto che entrambi generano un campo magnetico. È quindi ragionevole pensare che le spire percorse

[4]Si utilizza un contenitore per evitare che la limatura rimanga attaccata al magnete: togliere tutta la limatura da un magnete non è il miglior modo per impiegare il proprio tempo

da corrente e i magneti possano interagire tra di loro. Si può effettuare il seguente esperimento: si prenda un oggetto cilindrico realizzato in un materiale di tipo paramagnetico o ferromagnetico e si avvolga attorno ad esso un cavo realizzato in un materiale conduttore e smaltato con vernice isolante[5]. Si rimuova lo smalto isolante dalle estremità del filo e si ponga un contenitore con della limatura di ferro all'interno vicino all'estremità superiore del cilindro. In questa configurazione, la limatura non si orienta lungo nessuna direzione privilegiata dato che il filo ed il materiale attorno a cui è avvolto non producono nessun campo magnetico. Attaccando un generatore di tensione, come ad esempio una pila, alle estremità del filo, si osserva che la limatura di ferro si dispone lungo le linee di forza del campo magnetico globale prodotto dalla corrente che passa attraverso gli avvolgimenti del filo. La particolarità di tale campo magnetico è che, osservando la limatura di ferro, si può notare che esso ha la stessa configurazione di un campo magnetico prodotto da un magnete avente come asse quello del cilindro attorno a cui è avvolto il filo. Avvicinando un magnete a tale cilindro, si può inoltre notare che l'oggetto da noi realizzato e il magnete si attraggono e respingono seguendo esattamente le stesse regole descritte precedentemente. Queste osservazioni ci portano a concludere un importante fatto: **i dipoli magnetici e le spire circolari percorse da corrente producono un campo magnetico equivalente**. Come può essere spiegato questo fenomeno?
Si è arrivati alla conclusione che una carica elettrica in movimento genera un campo magnetico e che il campo magnetico interagisce con le cariche in movimento. Un modello semplice (anche se non del tutto esatto) per schematizzare questi due fenomeni può essere il seguente: all'interno dei materiali magnetici, gli elettroni formano dei "vortici", girando attorno all'asse magnetico. Far passare corrente in una spira è quindi un modo efficace di mimare questa proprietà, rendendo la spira un oggetto che genera un campo magnetico, dunque un magnete. Si noti a questo punto che è di fondamentale importanza che il cavo sia smaltato con una vernice isolante: infatti, se il cavo non fosse isolato, gli elettroni non percorerrebero tutto il filo seguendo gli avvolgimenti attorno al cilindro ma sceglierebbero la strada più "veloce", attraversando il cilindro lungo la linea del suo asse e minimizzando in questo modo l'energia.
Tramite la regola della mano destra si può capire l'orientazione del magnete. Dato che gli elettroni si muovono dal polo negativo al polo positivo, la corrente va dal polo positivo a quello negativo[6]. Chiudendo le dita della mano destra in maniera concorde alla corrente, la direzione verso la quale punta il pollice è la direzione del momento magnetico: il polo nord è indicato dalla punta del pollice.

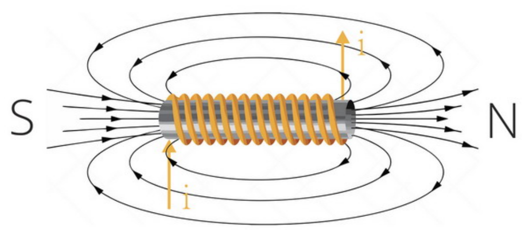


Figura 4.4: Magnetizzazione di un cilindro tramite un solenoide attraversato da corrente. Il solenoide è schematizzabile dunque con un magnete orientato a seconda della direzione della corrente secondo la "regola della mano destra"

4.4 Motori magnetici

Abbiamo ora gli strumenti necessari per discutere la costruzione e il funzionamento dei motori magnetici. I modelli di motore magnetico che costruiremo, convertono energia elettrica, fornita da un generatore di tensione continua, in energia rotazionale: alimentando tali motori con una corrente continua, possiamo mettere in rotazione una o più spire. Questa rotazione può essere sfruttata, ad esempio, per mettere in rotazione un albero e trasmettere tale moto di rotazione ad un altro oggetto. Questo principio fisico

[5] Una numero elevato di avvolgimenti, o spire, di un filo conduttore viene anche chiamato *solenoide*

[6] La corrente è data dal prodotto della carica per la sua velocità e, dato che gli elettroni hanno carica negativa, la corrente è nel verso opposto rispetto alla velocità

viene utilizzato, ad esempio, per far funzionare le ventole di un computer o l'aspirapolvere (che non è altro che una ventola "al contrario").
In generale, un motore magnetico è formato da due componenti essenziali: lo *statore*, un oggetto che genera un campo magnetico che non varia nel tempo e nello spazio, ed un *rotore*, composto tipicamente da una o più spire attraverso cui passa una corrente e collegato ad un supporto che rende possibile la sua rotazione.

4.4.1 Il motore magnetico monofase

Il motore magnetico più elementare da costruire richiede i seguenti materiali:

- Un filo conduttore smaltato con vernice isolante;
- Un magnete;
- Due supporti metallici;
- Un generatore di tensione continua (ad esempio, una pila alcalina).

Per far funzionare tale motore, si vuole sfruttare la repulsione di poli uguali generati da momenti magnetici differenti per generare un moto di rotazione. Per far ciò, si vuole far passare "al momento giusto"una corrente all'interno della spira. Una rappresentazione grafica di come si può realizzare artigianalmente un motore magnetico di questo tipo è riportata di seguito:

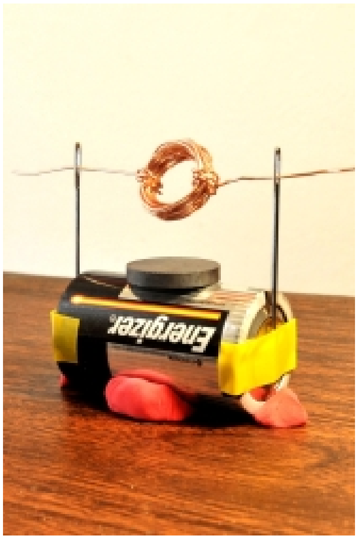


Figura 4.5: Motore monofase: la tensione di alimentazione è fornita dalla pila su cui è fissato il magnete. I supporti su cui ruota la spira sono spille metalliche da cucito

Il funzionamento di tale motore è il seguente: supponiamo che inizialmente il magnete sia posto al di sotto della spira in maniera tale da rivolgere il polo nord verso di essa. Quando la spira è posta parallelamente al magnete ad una distanza opportuna, se viene fatta passare al suo interno una corrente tale che il polo nord della spira magnetizzata sia rivolto verso la calamita, la spira è messa in rotazione dalla forza di repulsione del magnete sottostante. Quando la spira ha effettuato una rotazione pari a mezzo giro, si ha che il polo sud della spira punta verso la calamita bloccando la rotazione per via dell'attrazione tra il magnete e la spira: a questo punto, interrompendo il flusso di corrente, la spira può compiere l'altro mezzo giro per via dell'inerzia di rotazione iniziale. "Riaccendendo"la corrente alla fine del primo giro completo, i poli nord si trovano in una configurazione equivalente a quella di partenza che rende nuovamente possibile la rotazione della spira per via della repulsione magnetica.
Poichè non è certo possibile interrompere e riaccendere la corrente manualmente ad una velocità opportuna a generare un moto rotazionale degno di questo nome e poichè la spira è ricoperta di vernice

isolante, dobbiamo prima "smafrare"[7] il filo, cioè rimuovere in modo opportuno lo smalto con la carta vetrata dalle estremità della spira a contatto con i supporti. In questo modo, può avvenire il passaggio di corrente all'interno del filo conduttore. Il trucco che permette a questo motore di funzionare consiste nella rimozione per intero della vernice in corrispondenza di una delle due estremità mentre in corrispondenza di quella opposta la vernice viene rimossa come mostrato in Figura 4.6:

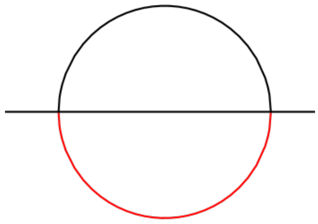


Figura 4.6: Sezione del cavo: la parte nera (sopra la retta) mantiene la vernice isolante mentre in corrispondenza della parte rossa (sotto la retta) la vernice viene rimossa

In questo modo, quando le estremità del filo che non sono isolate sono a contatto con i supporti metallici, la corrente passa per il circuito e la spira si magnetizza mentre quando l'estremità del filo isolato per metà poggia su uno dei supporti, la corrente non passa e la spira smette di essere magnetizzata. Il motore realizzato in questo modo è detto un *motore monofase* in quanto la spira accelera per metà del periodo totale di rotazione, ossia quando le estremità del filo che non sono isolate sono a contatto con i supporti metallici.

4.4.2 Il motore magnetico bifase

Un altro modello di motore magnetico[8], chiamato *motore magnetico bifase*, può essere realizzato utilizzando i seguenti materiali:

- Un filo lungo di rame smaltato con vernice isolante;
- Una base di legno;
- Due parallelepipedi di legno;
- Una vite a base esagonale di lunghezza pari a ≈10 cm;
- Tre dadi delle dimensioni della vite;
- Un cilindro di plastica cavo di raggio maggiore della vite;
- Due magneti dipolari;
- Due staffe;
- Due tasselli da muro;
- Una lastra sottile di materiale conduttore pieghevole e ritagliabile;
- Viti da legno;
- Trapano;
- Un generatore di tensione continua munito di cavi aventi estremità "a spazzola".

[7] Termine che indica l'alterare in maniera violenta ed irreversibile lo stato di un sistema, nella fattispecie rimuovere la vernice isolante dalla spira. Non è un termine tecnico, ma è stato creato da noi durante questo laboratorio. To do: proporre il termine "smafrare"all'accademia della Crusca

[8] I disegni stilizzati realizzati in questo paragrafo sono forse poco comprensibili: appena possibile saranno sostituiti con delle foto decenti

La differenza principale tra un motore magnetico monofase ed uno bifase è data dal fatto che, mentre il primo viene accelerato solo per metà del suo periodo, il motore magnetico bifase è accelerato per tutto il periodo di rotazione. Bisogna dunque introdurre nella costruzione del motore magnetico bifase, un meccanismo di *commutazione* della corrente, altrimenti detto *commutatore*, ossia uno strumento che, al momento opportuno, inverte il verso di percorrenza della corrente invece di interrompere il passaggio di corrente come nel caso del motore monofase, invertendo in tal modo il momento magnetico.
Analizziamo passo dopo passo la costruzione del motore magnetico bifase partendo dalla costruzione del *rotore*. Dapprima, si trapana il cilindro di plastica a circa la metà della sua lunghezza con una punta di diametro pari a quella della vite in nostro possesso e si inserisce all'interno del cilindro tale vite. Per bloccare la vite all'interno del cilindro in modo che non si possa più muovere, si consiglia di inserire dapprima un dado, poi il cilindro ed infine gli altri dadi. Due dadi servono in questo modo a bloccare il cilindro al centro della vite mentre l'ultimo dado viene lasciato in fondo[9]. Successivamente, si avvolge il filo di rame attorno alla vite, avendo cura di lasciare abbastanza filo libero ad ambedue le estremità. Il numero di avvolgimenti da realizzare devono essere in numero cospicuo: si consiglia di avvolgere l'intera vite in modo da formare un gran numero di spire disposte in modo che il filo formi approssimativamente una serie di circonferenze attorno alla vite. Si ricopra l'intera vite con almeno 5 strati di spire lungo tutta la superficie esposta della vite. Le estremità libere del filo devono essere appoggiate sul dorso del cilindro di plastica l'uno in posizione opposta all'altro in modo che siano appoggiate per metà della lunghezza del cilindro e deve essere fissato in questa posizione con dello scotch resistente. Inoltre, dall'estremità del filo appoggiata del cilindro deve essere rimossa la vernice isolante con la carta vetrata in modo permettere la conduzione.

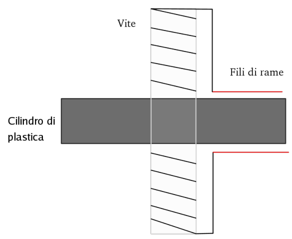


Figura 4.7: Rappresentazione grafica del rotore: sulla vite sono riportati gli avvolgimenti del cavo con un'orientazione differente da quella descritta sopra. In rosso, è riportata la sezione del filo da cui rimuovere la vernice isolante

Tramite il tratto di filo da cui è stato rimosso lo smalto isolante si può realizzare un *commutatore*. Ritagliando due porzioni della lastra metallica pieghevole di lunghezza pari alla porzione di filo da cui è stato rimosso lo smalto e di larghezza poco inferiore alla metà della circonferenza della sezione del cilindro di plastica. Tali porzioni vanno quindi applicate sul cilindro in maniera che non siano sovrapposte tra loro. In questo modo, una volta che i contatti a spazzola sono a contatto con tali lastre di metallo, la corrente può fluire in un verso o in quello opposto a seconda di come sia orientato il rotore rispetto alle spazzole. Da qui, si ha ciò che si è definita come *commutazione* della corrente. Usando le lastre di metallo al posto dei fili singoli, si aumenta l'intervallo temporale nel quale la corrente fluisce nel circuito durante la rotazione del rotore.

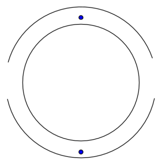


Figura 4.8: Rappresentazione grafica della sezione del commutatore: gli archi di circonferenza posti sul cilindro rappresentano le lastre metalliche applicate sul cilindro mentre i punti rappresentano i fili di rame da cui è stato rimosso lo smalto isolante

[9]Quest'ultimo dado non ha un significato profondo e probabilmente può anche non essere inserito

Dopo questa prima fase, è consigliabile testare se nel circuito realizzato fluisce una corrente non nulla e se il campo magnetico che produce è abbastanza intenso: per far ciò, si può inizialmente usare un voltmetro con cui misurare la resistenza tra un capo e l'altro del circuito. Idealmente, tale resistenza è nulla poichè il rame è un materiale conduttore mentre nella realtà è pari a $\approx 10\ \Omega$. Per verificare se il campo magnetico è abbastanza intenso, si può utilizzare un contenitore con della limatura di ferro o un chiodo con cui osservare quanto il campo magnetico riesce ad attrarre tali oggetti. Se si osserva che il campo magnetico è poco intenso, ossia quando non riesce ad essere osservato qualitativamente tramite gli strumenti indicati sopra, è consigliabile disfare gli avvolgimenti realizzati e realizzare un numero di strati di spire maggiore di quello iniziale.
Rimane solo da assemblare un sostegno attorno cui il rotore possa ruotare. Si fissino le staffe sulla base di legno in modo che siano posti ad una distanza leggermente maggiore della lunghezza del cilindro di plastica. Dopo aver inserito i tasselli nelle staffe, si può fissare il rotore ad esse. Ci si assicuri ora che il rotore non sia impedito meccanicamente nella rotazione attorno all'asse del cilindro di plastica.

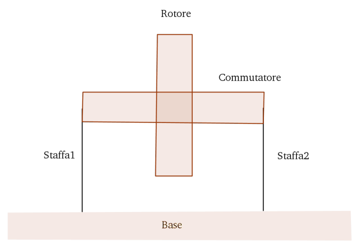


Figura 4.9: Rotore montato sul sostegno

Dopo aver realizzato il rotore, si può ora costruire lo *statore*. Il campo magnetico fisso viene prodotto dai magneti dipolari posti ai due lati del rotore. Si fissino i due magneti ognuno ad un parallelepipedo in legno in modo che, poggiando tali "torrette"sulla base, i magneti siano all'altezza del cilindro in plastica quando questo è in posizione parallela rispetto alla base di legno. Si faccia molta attenzione all'orientazione dei magneti: bisogna far sì che i poli visibili dei magneti siano un polo nord ed un polo sud. Si può facilmente verificare l'orientazione dei magneti avvicinando le due torrette: se si attragono significa i poli sono opposti altrimenti uno dei due magneti deve essere ruotato di 180°. I due magneti generano in questo modo un campo magnetico fisso parallelo alla base le cui linee di campo escono dal polo nord ed entrano nel polo sud. Per completare l'assemblaggio del motore magnetico, ci rimane da fissare le due torrette sulla base di legno in modo che siano poste in linea con l'asse della vite del rotore e in modo che siano quanto più vicine alla vite rotante ma che non impediscano la rotazione del rotore.

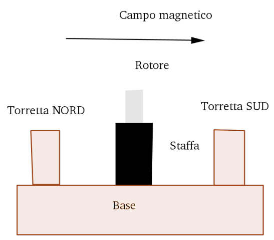


Figura 4.10: Rappresentazione grafica del motore magnetico bifase: le linee del campo magnetico vanno dal polo nord al polo sud

Rimane solo da alimentare il motore magnetico tramite un generatore di tensione continua. I cavi da cui viene erogata la tensione elettrica devono terminare con un contatto "a spazzola"in modo che siano elettricamente collegati alle lastre metalliche del commutatore. È fondamentale tenere i cavi fermi nella stessa posizione durante la rotazione del motore in modo che il contatto elettrico avvenga tramite lo strisciamento dei due contatti con le lastre metalliche del commutatore. Il rotore è dunque messo in rotazione dall'energia elettrica fornita dal generatore che viene convertita in energia rotazionale e par-

zialmente dispersa in calore. La repulsione e l'attrazione magnetica tra i poli magnetici del rotore e dello statore mettono in moto il motore finchè viene erogata corrente al rotore.
Qual è la spiegazione fisica dietro al funzionamento del motore magnetico bifase? Analizziamo le figure riportate in Figura 4.11 e in Figura 4.12. Disegnando un pallino rosso su una delle estremità del rotore, si può esaminare nel dettaglio il comportamento del commutatore e del rotore quando si alimenta il commutatore come riportato in figura:

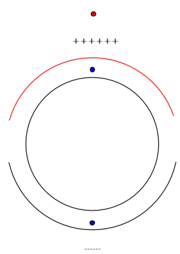


Figura 4.11: Prima fase di alimentazione sul connettore: la corrente scorre dal polo positivo e segue gli avvolgimenti del filo fino ad arrivare al polo negativo. La lastra di conduttore posta a potenziale positivo è colorata in rosso mentre quella negativa è colorata in nero

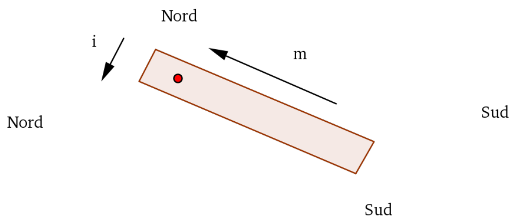


Figura 4.12: Prima fase di rotazione: Inizia la rotazione del rotore tramite repulsione magnetica tra i poli magnetici dei magneti, indicati ai lati dell'immagine, e i poli magnetici indotti sul rotore dal passaggio della corrente, indicati accanto all'immagine del rotore

Tramite la regola della mano destra, ossia chiudendo le dita attorno al verso di percorrenza della corrente i, si ottiene la direzione della momento magnetico indotto m che coincide con la direzione del pollice teso verso l'esterno. Risulta inizialmente che il polo nord indotto è adiacente alla torretta che rappresenta il polo nord del campo magnetico statico mentre il polo sud indotto è adiacente alla torretta opposta che rappresenta il polo sud. Per questo motivo, i magneti posti sulle torrette respingono il rotore che, essendo libero di muoversi, comincia la sua rotazione che, nel nostro esempio, avviene in verso orario. La magnetizzazione del rotore indotta in tal modo si mantiene fin quando sul commutatore il cavo collegato alla tensione positiva è posto a contatto con il conduttore raffigurato in rosso. Poichè i cavi dell'alimentatore rimangono fissi mentre il commutatore ruota concordemente con il rotore, dopo un certo angolo di rotazione la tensione positiva si trova a contatto con il conduttore di colore nero mentre la tensione negativa è a contatto con quello rosso. In questo modo, i poli si invertono e il rotore continua ad accelerare: ciò avviene poichè il polo nord indotto sul rotore è diventato il polo sud e viceversa. L'accelerazione avviene poichè, dopo mezzo giro, il polo del rotore che in origine era il polo nord è a contatto con il polo sud e il polo opposto è a contatto con il polo nord. Per repulsione magnetica, il rotore continua a ruotare.

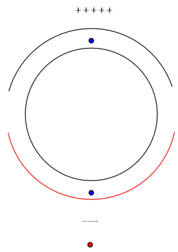


Figura 4.13: Seconda fase di alimentazione sul commutatore: la tensione positiva è a contatto con il conduttore nero, quella negativa sul conduttore rosso. I colori sono stati invertiti per indicare la commutazione della corrente. La corrente scorre in modo da allontanarsi dal pallino rosso nello stesso verso della prima fase

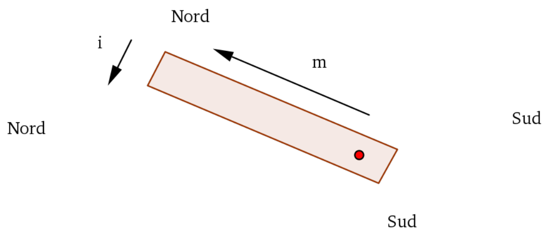


Figura 4.14: Seconda fase di rotazione: nonostante il pallino rosso sia ora in posizione opposta rispetto alla prima fase, la corrente scorre nello stesso verso e i poli rimangono invariati. Il motore continua in questo modo ad accellerare poichè si trova a contatto con il polo magnetico dello stesso tipo

Se al posto della magnetizzazione indotta dal flusso di corrente opportunamente commutata avessimo usato un magnete, dopo una prima fase di repulsione il motore si sarebbe bloccato dopo mezzo giro in quanto il polo nord e il polo sud sarebbero stati a contatti con i poli opposti dello statore bloccando il rotore per attrazione magnetica. Tramite il commutatore, dopo aver ruotato di un angolo pari a 180°, la magnetizzazione del rotore si inverte e si ha dunque un accelerazione del rotore fin quando non si arriva alla velocità limite dovuta alla forza di attrito del supporto sul cilindro di plastica rotante.
Oltre alla limitazione imposta dalla forza d'attrito, il motore magnetico bifase assemblato in questo modo ha un'ulteriore limitazione: il contatto a spazzola è chiamato in linguaggio tecnico *brushed* e risente del fatto che le spazzole e i contatti sono poco resistenti e si deteriorano facilmente con l'uso per via di eventuali scintille provocate dal contatto strisciante. Per evitare di sostituire continuamente tali componenti del motore, i motori magnetici bifase commerciali usano soluzioni diverse che non prevedono l'utilizzo di spazzole. Queste soluzioni sono chiamate *brushless.* Si può notare inoltre che se nella prima fase avessimo alimentato il commutatore al contrario il polo nord del rotore sarebbe stato adiacente alla torretta corrispondente al polo sud del campo magnetico fissato: dopo una breve oscillazione, il motore si sarebbe dunque fermato in corrispondenza della posizione di *equilibrio stabile*[10]. In questa situazione, bisogna muovere manualmente il rotore o più semplicemente invertire la polarità dell'alimentatore sul commutatore. I motori magnetici bifase commerciali, usando tre o più magneti esterni, non hanno posizioni di equilibrio stabile e dunque non è mai necessario mettere manualmente in moto il motore.

[10]La posizione orizzontale del rotore nel momento in cui il polo nord del rotore e la torretta corrispondente al polo sud del campo magnetico fissato è invece una posizione di *equilibrio instabile* poichè una perturbazione del sistema mette in moto il motore

Capitolo 5

Conduzione nell'aria e generatori di scariche

5.1 I dipoli elettrici

Analogamente al concetto di dipolo magnetico, si può descrivere in modo equivalente un oggetto matematico strettamente legato al concetto di campo elettrico e chiamato *dipolo elettrico*. Il dipolo elettrico è descrivibile in maniera semplice come un sistema composto da una carica positiva ed una carica negativa poste ad una distanza d fissata nel tempo. Come nel caso precedente, il dipolo elettrico è descritto da un vettore, indicato con $\vec{d}$, il cui modulo è dato dal prodotto della carica positiva del dipolo per la distanza d che separa la carica positiva da quella negativa, la direzione è rappresentata dalla retta che unisce la carica positiva e quella positiva ed infine il verso è diretto dalla carica negativa a quella positiva. Tale dipolo genera un campo elettrico il cui andamento è simile a quello del campo magnetico da un dipolo magnetico: in particolare, le linee di forza escono dalla carica positiva per entrare in quella negativa e dato che il dipolo è a carica totale nulla, il flusso del campo elettrico uscente da un volume che racchiude tutto il dipolo è nullo.

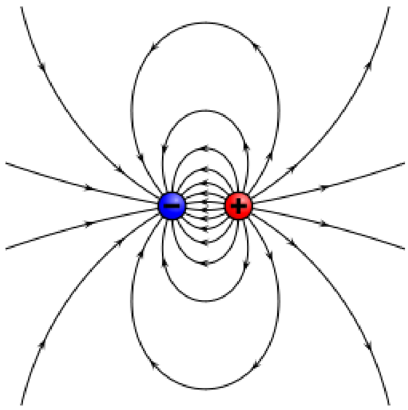


Figura 5.1: Linee di forza del campo elettrico di dipolo: le linee di forza escono dalla carica positiva (analoga al polo nord magnetico) ed entrano in quella negativa (analoga al polo sud)

Molte molecole stabili sono composte di molte particelle, alcune cariche positivamente ed altre cariche negativamente, che hanno in totale una carica globale nulla. La distribuzione di carica all'interno della molecola non è uniforme perciò, nonostante la carica totale della molecola sia nulla, essa può interagire elettricamente con un campo elettrico esterno. Una molecola come quella appena descritta può essere descritta fisicamente come un dipolo elettrico. L'esempio più comune di molecola "dipolare"è la molecola d'acqua, la cui formula chimica è H^2O, ossia due atomi di idrogeno (H) ed uno di ossigeno (O). All'interno della molecola di H^2O, l'atomo di ossigeno, al quale mancano due elettroni per completare

la shell esterna di elettroni, attira a sè gli elettroni dei due atomi di idrogeno che finiscono quindi per avere orbitali vuoti. In questo legame, gli elettroni sono mediamente molto più vicini all'ossigeno che all'idrogeno: dato che tutti e tre gli atomi sono inizialmente neutri la molecola risultante è neutra ma la carica non è distribuita uniformemente. In particolare, attorno all'atomo di ossigeno si crea una regione a carica negativa mentre attorno ai due atomi di idrogeno si forma una regione a carica positiva.
L'energia di un dipolo elettrico $\vec{d}$ immerso in un campo elettrico $\vec{E}$ è pari a:

$$E = -\vec{d} \cdot \vec{E} \tag{5.1.1}$$

Come già visto nel caso del dipolo magnetico, si può vedere che il dipolo elettrico immerso in un campo elettrico si orienta parallelamente in direzione e in verso alle linee del campo elettrico. Ciò può essere dimostrato in modo euristico nel seguente modo: in un campo elettrico uniforme, vi sono due forze uguali ed opposte che agiscono su tale dipolo poichè, come abbiamo visto, esso è composto sia da una carica positiva che da una negativa. In particolare, come già detto in precedenza, la carica positiva si muove spontaneamente verso punti aventi *minore* potenziale elettrico, ossia nello stesso verso e direzione del campo elettrico, mentre la carica negativa tende a muoversi verso punti a *maggiore* potenziale elettrico, ossia nella stessa direzione ma in verso opposto rispetto al campo $\vec{E}$. Sul dipolo non viene dunque applicata un'unica forza globale ma vi è una coppia di forze uguali e contrarie che possono essere rappresentate come un *momento torcente* che tende a far ruotare il sistema. Dall'immagine riportata in Figura 5.2, si può notare che il dipolo è in equilibrio stabile, ossia le forze applicate sul dipolo hanno modulo nullo, quando il dipolo ha lo stesso verso e la stessa direzione del campo elettrico. Si può notare inoltre che, se il dipolo ha la stessa direzione ma verso opposto al campo elettrico, esso rimane ugualmente in equilibrio poichè le forze applicate sul dipolo non provocano alcuna rotazione essendo dirette parallelamente alla direzione di $\vec{d}$. In questa configurazione, muovendo leggermente il dipolo dal tale posizione, esso però tende a ruotare fino alla posizione di equilibrio descritta prima. Si può concludere dunque che se questa configurazione del dipolo, quando cioè esso è posto antiparallelamente rispetto al campo elettrico, è una posizione di equilibrio instabile del sistema.

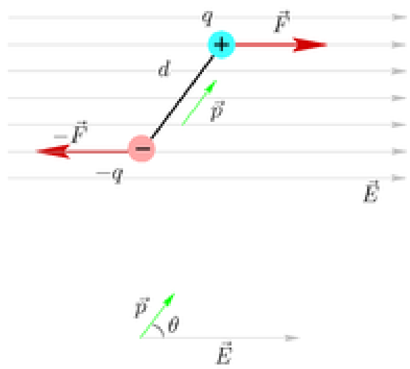


Figura 5.2: Dipolo in campo elettrico: se il dipolo non è allineato al campo, il momento delle forze genera una rotazione del sistema. In figura, il momento di dipolo è indicato con $\vec{p}$ invece che con $\vec{d}$

5.2 La conduzione elettrica in aria: il fenomeno dei fulmini

L'atmosfera terrestre è composta da una miscela di gas che chiamiamo comunemente *aria* e che respiriamo ogni giorno. Questa miscela è formata principalmente da ossigeno, azoto e argon e contiene una percentuale variabile di vapore acqueo[1] che è il nome che si dà allo stato gassoso dell'acqua. L'aria è generalmente un isolante quindi non favorisce il passaggio di cariche. Inoltre, in condizioni normali, le molecole dipolari presenti in aria sono orientate in maniera casuale e dunque il campo elettrico risultante non ha una direzione privilegiata. Per questo, un elettrone che attraversa l'aria effettua un percorso

[1] La percentuale di vapore acqueo corrisponde al tasso di umidità relativa dell'aria e dipende dalla temperatura. Per questo tale percentuale varia di zona in zona

difficilmente descrivibile in termini fisici detto anche *moto caotico*. Si può dunque concludere che l'aria impedisce il passaggio di cariche da un materiale all'altro.
Come detto precedentemente, un dipolo immerso in un campo elettrico tende ad allinearsi lungo le linee del campo. Dato che i dipoli elettrici interagiscono tra loro, il campo elettrico deve essere sufficientemente intenso affinchè la sua interazione con i dipoli prevalga sull'interazione tra i dipoli stessi e i dipoli elettrici si allineino lungo la direzione del campo elettrico per facilitare il passaggio della corrente. Il modello di aria come gas di molecole dipolari è in realtà un'approssimazione che ci è però molto utile per poter spiegare i fenomeni di conduzione in aria che avvengono in natura. Quello forse più noto è il fenomeno del fulmine: quando si accumula una carica sufficiente all'interno delle nuvole presenti nell'atmosfera terrestre si genera un intenso campo elettrico tra questo accumulo di cariche negative e la superficie terrestre che si può approssimare come globalmente neutra. Le molecole dipolari si orientano in direzione e verso concordi al campo elettrico ed amplificano l'intensità del campo elettrico. Ciò permette il passaggio di cariche tra le nuvole e la superficie terrestre: questo passaggio di cariche viene chiamato comunemente *fulmine*. Una volta che le nuvole si scaricano a terra, il sistema è in equilibrio finché le nuvole non si caricano nuovamente.
Per quantificare quanto vale approssimativamente la differenza di potenziale tra le nuvole e la superficie terrestre bisogna definire un parametro, variabile da materiale a materiale, chiamato *rigidità dielettrica del mezzo*: esso si misura in $\frac{V}{m}$ e misura il valore massimo del campo elettrico oltre il quale si produce una conduzione violenta di elettricità, come una scintilla o un fulmine, fra due punti posti ad una distanza d=1 m. In condizioni standard, l'aria secca ha un valore di rigidità elettrica pari a 3000000 $\frac{V}{m}$[2] mentre per l'aria umida tale valore aumenta. Per avere un'indicazione quantitativa di quanto è grande tale valore, si pensi soltanto che per creare una scintilla di lunghezza d=1 mm in aria si necessita di una differenza di potenziale tra due conduttori pari a V=3000 V. Questo valore è molto elevato se si compara, ad esempio, con il valore dei potenziali domestici delle prese elettriche pari a 220 V.
Utilizzando il modello delle molecole dipolari in aria, si può costruire un modello approssimato di ciò che succede durante la scarica di un fulmine. Supponiamo una nuvola che si trova a 1000 m di altezza rispetto alla superficie terrestre che è posta a potenziale nullo, ossia $V_{terra} = 0$. La situazione iniziale è rappresentata di seguito:

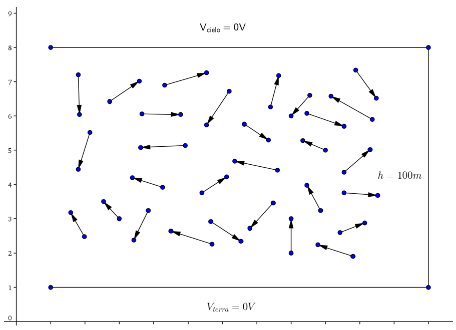


Figura 5.3: Situazione iniziale durante un temporale: non si è accumulata ancora carica all'interno della nuvola che è allo stesso potenziale nullo della superficie terrestre. Il campo elettrico globale tra la nuvola e la superficie terrestre è dunque nullo e le molecole dipolari in aria sono orientate in maniera casuale

Si supponga ora che, ad un certo punto, si comincia ad accumulare una carica sulla nuvola: la differenza di potenziale tra la terra e la nuvola aumenta all'aumentare dell'accumulo di carica sulla nuvola. Le molecole dipolari cominciano ad orientarsi lungo le linee del campo elettrico anche se ancora l'intensità del campo elettrico non eccede il valore della rigidità elettrica dell'aria.

[2]In fisica, si può indicare questo valore scrivendo 3 $\frac{MV}{m}$, dove il simbolo M significa *mega* ed equivale a un milione che in notazione esponenziale si scrive 10^6

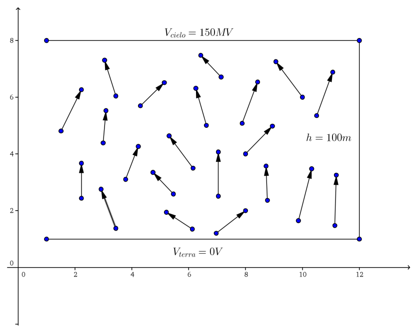


Figura 5.4: Situazione intermedia: Le molecole dipolari cominciano ad orientarsi lungo le linee del campo elettrico anche se ancora l'intensità del campo non eccede il valore della rigidità elettrica dell'aria

Quando la differenza di potenziale tra la nuvola e la superficie terrestre è maggiore o uguale del valore del potenziale richiesto dal valore della rigidità dielettrica, pari nel nostro caso a $V = 3\frac{MV}{m} * 1000m = 3000$ MV, si assiste al fenomeno del fulmine, ovvero al flusso di elettroni dalla nuvola fino alla superficie terrestre facilitato dall'orientazione concorde delle molecole dipolari presenti in aria.

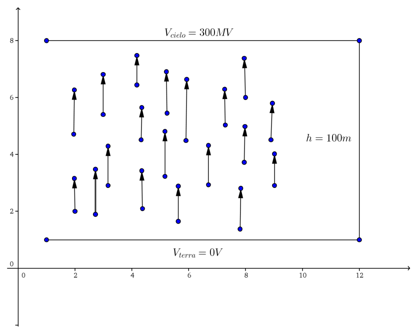


Figura 5.5: Situazione finale: la differenza di potenziale tra la nuvola e la superficie terrestre è maggiore o uguale del valore del potenziale richiesto dal valore della rigidità dielettrica. Si assiste al passaggio di corrente tra la nuvola e la superficie terrestre, ossia al fenomeno del fulmine

Si è dunque arrivati alla conclusione che una differenza di potenziale sufficientemente elevata tra due materiali separati da uno strato di aria può generare un'intensa scarica elettrica. Tramite questo principio, si può costruire un "generatore di scariche": fornendo una differenza di potenziale molto elevata in un tempo molto piccolo si possono utilizzare questi strumenti per molteplici scopi. Ad esempio, generatori di questo tipo erano molto usati nella fisica delle alte energie per accelerare una particella elementare come l'elettrone di una differenza di potenziale molto elevata e studiare così alcune proprietà degli atomi o dei nuclei atomici. Nel paragrafo successivo, vedremo il funzionamento e come si costruisce uno di questi generatori chiamato *generatore di Van De Graaff*.

5.3 Il generatore di Van De Graaff

Nel 1929 il fisico americano, di origine olandese, Robert Van De Graaf, alla ricerca di nuovi mezzi per ottenere differenze di potenziale elevatissime da impiegare negli acceleratori di particelle, realizzò il primo esemplare della macchina elettrostatica che porta il suo nome. Semplice da realizzare il generatore di Van De Graaf può, se opportunamente progettato e costruito, fornire differenze di potenziale di diversi milioni di volt. Il generatore di Van De Graaff[3] sfrutta principalmente il principio fisico detto "potere dispersivo delle punte". Il fenomeno dell'effetto punta avviene poichè, sulla superficie di un conduttore, le cariche dello stesso segno tendono a respingersi, rimanendo però sulla superficie del conduttore stesso. Quindi le cariche cercano di distribuirsi, in maniera che non ci siano forze risultanti che le fanno muovere

[3] Da non confondere con i Van Der Graaf Generator, che sono un gruppo progressive da ascoltare mentre si studia o si realizza questo generatore

sulla superficie: nel caso delle punte, esse sono il più lontano possibile dal resto della superficie, e quindi vi è un grande accumulo di carica. Il grande addensamento di cariche in prossimità di una punta fa sì che le cariche su di essa sentano una forte accelerazione verso l'esterno del conduttore: quando vi è quindi molta carica, alcune di esse riusciranno a sfuggire dalla punta, spinte dal resto delle cariche, e potranno muoversi liberamente nello spazio. Per spiegare matematicamente (in maniera intuitiva) l'accumulo di cariche sulle punte, possiamo usare il seguente modello: supponiamo che vi siano due superfici sferiche collegate tra loro di differente raggio pari a R_1 e R_2. I potenziali elettrostatici delle sfere possono essere scritti nella stessa forma in cui abbiamo scritto in precedenza il potenziale di una carica elettrica, ossia:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{R_1} \\ V_2 &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{R_2} \end{aligned} \tag{5.3.1}$$

Poichè le sfere sono collegate elettricamente tra loro, si può supporre che siano poste allo stesso potenziale da cui si ha che $V_1 = V_2$ ossia che $\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$. Da questa formula si può notare che minore è il valore di R, maggiore è la carica che si accumula sulla sfera. Questa relazione fa sì che quando il raggio di curvatura di una porzione di superficie di un materiale conduttore è molto piccolo, come ad esempio in una punta, c'è un accumulo maggiore di cariche su questa superficie e dunque si parla di "potere dispersivo delle punte"[4]. Il passaggio di cariche nel generatore di Van de Graaf avviene tramite il trasferimento di cariche da un conduttore ad un altro grazie ad una cinghia realizzata in un materiale isolante. Il passaggio di cariche dal primo conduttore alla cinghia avviene proprio tramite una serie di punte metalliche collegato al conduttore su cui si accumulano le cariche e vengono trasferite alla cinghia per via del campo elettrico generato dalle carrucole metalliche che ruotano oppure molto più semplicemente per strofinio. L'estrazione di cariche da un conduttore e il loro accumulo in un altro conduttore generano una una differenza di potenziale molto elevata tra i due conduttori in modo che, quando i conduttori sono posti ad una distanza sufficientemente ravvicinata, si ha un fenomeno di scarica. Le cariche elettriche passano dal conduttore caricato negativamente a quello da cui sono estratte le cariche. Ciò è reso possibile dal fatto che l'intenso campo elettrico generato tra i conduttori *ionizza* l'aria[5] e le cariche si spostano molto velocemente da un conduttore all'altro generando una scarica elettrica. A seguito della scarica, le cariche si ridistribuiscono tra i due conduttori pur se, a meno che essi non siano posti a contatto tra loro, rimane una piccola differenza di potenziale tra i due conduttori dovuta al fatto che non tutte le cariche passano dal conduttore carico all'altro[6]. Dopo il processo di scarica, si può ricominciare il processo di carica del conduttore fino ad ottenere un'altra scarica.
Il generatore è composto da un apparato composto dai seguenti materiali:

- due carrucole;
- una cinghia realizzata in un materiale dielettrico ossia un isolante. È consigliato l'uso di tela gommata o gomma sottile mentre l'utilizzo di uno pneumatico di bicicletta è sconsigliato poichè la vernice di cui è ricoperto uno pneumatico, chiamato *nerofumo*, è un cattivo isolante;
- due spazzole metalliche;
- due sfere metalliche una delle quali cava;
- un supporto in legno o plastica su cui montare le carrucole e la sfera cava.

Il supporto sostiene la sfera metallica cava e su di esso scorre la cinghia di gomma montata su due carrucole, una delle quali è alloggiata all'interno della cavità della sfera cava e l'altra alla base della macchina, dove un motore tiene in movimento la cinghia. Le due spazzole metalliche sono disposte di

[4]Questo principio è il motivo per cui i parafulmini sono delle sottili antenne metalliche: l'aria si ionizza con maggiore probabilità dove vi è un campo elettrico più intenso, dovuto ad un grosso accumulo di cariche, e dunque è più probabile che si verifichi un fulmine in prossimità del parafulmine

[5]Il fenomeno di ionizzazione dell'aria è spiegato diffusamente nel paragrafo precedente

[6]Si può provare che la scarica del conduttore caricato negativamente non è totale in due modi: il primo, e quello migliore, consiste nell'avvicinare il conduttore scarico ulteriormente osservando ulteriori scariche di minore intensità; il secondo, e quello più doloroso, consiste nell'avvicinare la mano e provare l'ebbrezza di prendersi una scarica elettrica. Il secondo metodo è ovviamente sconsigliato da chi scrive

fronte alle due carrucole: una è collegato alla sfera metallica cava, che chiamaremo conduttore superiore, e l'altra alla seconda sfera metallica, che chiameremo secondo conduttore. La cinghia gira sulle carrucole e le spazzole sono ad una piccola distanza dalla cinghia e dalle carrucole.
Andiamo ad esaminare cosa succede nel dettaglio.

5.3.1 Fase 1: elettrizzazione della carrucola inferiore

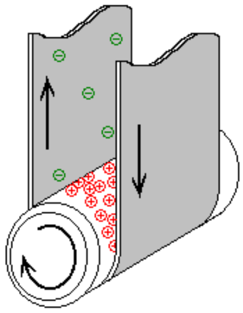


Figura 5.6: Dettaglio della parte inferiore del generatore di Van De Graaf: la carrucola ruotando si elettrizza per via del contatto con la cinghia

Inizialmente, si mette in moto dall'esterno tramite un motore elettrico o una manovella la carrucola inferiore. Per via del contatto con la cinghia, la carrucola si elettrizza. Il segno della carica dipende dai materiali con cui sono realizzati cinghia e carrucola. Supponiamo che la carrucola si carichi positivamente: la parte interna della cinghia si carica dunque negativamente in maniera uguale ed opposta per via della conservazione della carica elettrica in questo processo e del passaggio di cariche da un materiale all'altro.

5.3.2 Fase 2: carica della cinghia

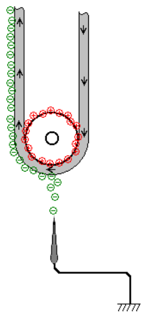


Figura 5.7: Dettaglio della parte inferiore del generatore di Van De Graaf: gli elettroni della spazzola sono attratti dalla campo elettrico generato dalla carica positiva accumulata sulla carrucola e vengono accumulati sulla superficie esterna della cinghia

Successivamente, poichè la spazzola è collegata al secondo conduttore, un numero elevato di elettroni presenti in tale conduttore che si accumulano sulla spazzola sono estratti dal conduttore per via del campo elettrico generato dalla carica positiva accumulata sulla carrucola. La cinghia rotante, che è frapposta tra la spazzola e la carrucola, accumula gli elettroni e la sua superficie esterna si carica negativamente. La cinghia ruotando trasporta la carica negativa accumulata fino alla spazzola collegata al conduttore superiore. Poichè la cinghia è realizzata in un materiale isolante, tale carica si accumula sulla superficie della cinghia e non entra mai a contatto con la carica positiva accumulata sulla carrucola.

5.3.3 Fase 3: carica del conduttore superiore

Allao stesso modo, la spazzola collegata al conduttore superiore attrae la carica negativa accumulata sulla cinghia rotante per sfregamento o per effetto del campo elettrico generato dalla carrucola stessa. La superficie esterna della cinghia ritorna ad essere elettricamente neutra mentre nel conduttore superiore comincia ad accumularsi una carica che, in questo esempio, è negativa.

5.3.4 Fase 4: scarica

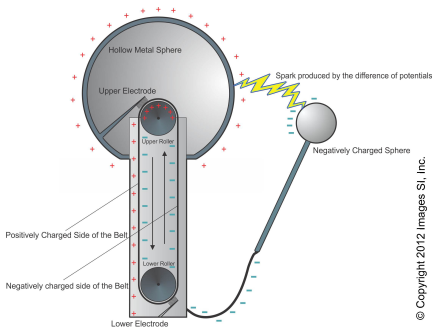


Figura 5.8: Il generatore di Van De Graaf. ATTENZIONE: nell'immagine raffigurata qua sopra, il conduttore superiore è carico positivamente, al contrario del nostro esempio. Ciò dipende, come detto precedentemente, dalla scelta dei materiali ma ciò non modifica i principi che stanno al base del funzionamento di tale generatore

Tramite i processi studiati sopra, il conduttore superiore tende a caricarsi negativamente mentre il secondo conduttore tende a caricarsi positivamente. Tra i due conduttori si genera dunque una differenza di potenziale. Se le due sfere sono sufficientemente vicine e tra di esse si genera una differenza di potenziale che supera il valore imposto dalla rigidità dielettrica dell'aria, si ha un fenomeno di scarica e il processo di carica del conduttore superiore ricomincia. Si osservi che, in condizioni ideali, il processo di carica potrebbe non avere mai fine. In pratica, la carica del conduttore superiore ha un limite intrinseco dovuto alla dispersione di carica nell'aria circostante. Il conduttore superiore può quindi caricarsi fino ad una certa soglia massima oltre la quale la carica fornita al conduttore eguaglia la carica persa. Questo è un limite fisico all'intensità della carica che è possibile generare tramite un generatore di Van De Graaf.
L'intensità della scarica dipende inoltre fortemente dalle condizioni ambientali: è infatti molto più difficile generare una scarica intensa quando l'aria circostante è umida. Per ovviare a tale problema, si può ridurre la distanza delle due sfere al prezzo di osservare una scarica meno intensa di quella che si avrebbe in condizioni ideali ad una distanza maggiore.